

А.В. ПОГОРЕЛОВ

А Г Е О М Е Т Р И А

7

АКЛАСС

АИҢАГА

А. Х. Чамагәуа

Акәа 2024

Еиҗазгаз икынтө.

Җазну адунеи афы икоу апсабара иамоу аиҗартөышьеи, уа иымсапысуа ахтыс-рақәа зыхәиәуеи, моасшьас ирымоуи реилкааратө дырра җазто амаҗәарқәа ирха-доуп аматематикей афизикней. Арт амаҗәарқәа рҗакқәа раарҗшразы ирымоуп рхатөы бызшәатө лесика. Ус еиҗш икоу алексика злам абызшәа алшара кәадоуп, апсабара иаҗанакуа адыррақәа раарҗшра алшартө изыкам. Урт амаҗәарқәа ражәақәа зыҗсахуа аҗсуа бызшәала икоу даараза имачуп. Атөым бызшәақәа ркны ишыкоу еиҗш ахархәара рыҗазар алшоит, аха усқан хбызшәа иашьашәалам, ианаалом, еиҗаркуеит. Уи иахкьаны атөймажәақәа раҗәаны иалагаланы ама-җәарқәа реиҗагара аҗсам хәа агәаанагара шыақәгылеит. Абасала, иахьанзагы иҗзаҗымҗеит хбызшәала икоу абжәаратөи ашкол зырҗәажәашаз арҗага шөыкәқәа.

Ажәа «аматематика» абырзен бызшәантө иаауеит - «познание, наука» хәа аанагоит аурыс бызшәала, аҗсуа бызшәала «атҗаарадырра» хәа. Аматематикей афизикей иҗҗаарадырратө маҗәарқәоуп, аҗсуа бызшәала иахзырҗәажәар, аҗсуа бызшәала иҗәажәартө икало амаҗәарқәа раҗәахоит, аҗсуа бызшәала икоу ашкол-қәагы раартразы абызшәала җынгыла аиузом.

. Агеометрия аматематика иахәҗакуп, аха иамоуп ахатөы җасқәа, хазы маҗәарк еиҗш иалукаартө икаҗҗо. Галилей ишихәаз ала, «аҗсабара агеометриатө быз-шәала еиҗартөоуп, нбанқәас иамоу ахкәакьҗақәа, аҗшыкәакьҗақәа, агьежықәа, акөымпылқәа,...роуп». Арт еиқәыҗхьазоу ахызықәа рыдагы, аҗсуа бызшәала еиҗаадыруа агеоиментриатө җшынрақәа (фигурақәа) рыхызықәа ыкоуп, аха даараза имачуп. Хәарада, иара амаҗәар иатөу аҗшынрақәа рыхызықәа рыдагы иаанарҗшуа адыррақәа рылаҗәажәаразы иҗаху ажәақәа рхҗхьазара акырза ираҗәоуп.

Абасала, Аҗсуа бызшәала агеометрия зынзагы алаҗәажәара залшом атөым ажәада хәа агәаанагара калар алшоит, избанзар, уи азы иаҗахуп шөкыла аҗсуа ажәа ғыҗқәа. Ас еиҗш икоу агәаанагара аҗсахып, изҗахугы җьокы камлап хәа ипхазаны ишөыдызгалоит, иахьа Аҗсны ашколқәа ркны агеометрия зларҗо, абыжьбатөи акласс иазуку А.В. Виленкин ирҗага шөкөы аиҗага. Уи автор ирҗага шөыкәқәа 7–11 аклассқәа ирызку еиҗаганы икаҗҗеиҗьҗөи җшышықәса җуеит. Ари аус шыкаҗоу здыруагы маҗым, аха җынҗроуп, агьенометрия зхәартуи, иабах-җаху хәа ирҗхьазазар калап? җҗарауык иөҗаирхьит «Аҗсуа бызшәаҗы икамзазар, икам-ианым абаауго ихыҗхәаамзар» хәа. Уи салалом. Аусумҗаҗы иаагоу ажәа ғыҗқәа ихыҗхәаам, аҗсуа базшәа иагөылкаап, ма зҗакы еиҗаадыруа ажәа аҗакы ғыҗ аҗаны иаарҗшуп.

Аҗхьаюҗәа, аиҗага иагу иабзоу ма абас иказар еиҗа еиҗуп хәа азгәҗарақәас ихәҗоуп хәа ишҗхьазо, шөелектронтө адрес шөмобилтө җел аномер аҗҗан иааушьыр алшоит, аусумҗа ахыкасҗаз сусурҗа иамоу аелектронтө адрес sfti-era.mail.ru А.Х. Чамаҗуа ала. Иаашөышьтыз иазкны хәиҗәажәара ашьҗахь, шөыбзо-урала иалагалахо ажәа, аусумҗа шөыкөны иҗыҗуазар шөыхызы арбахоит.

Абзиара шөымазапаит!

А.Х. Чамаҗуа
Акәа. 2024

§ 1. ИМАРИАЗОУ АГЕОМЕТРИАТӨ

ЦШЫНРАҚӨА РКАЗШЬӨАҚӨА

(Основные свойства простейших геометрических фигур)

1 Агеометриатө цшынрақөа

(Геометрические фигуры)

Агеометрия - тцаарадыртө матәаруп. Уи итнацаауеит агеометриатө цшынрақөа (афигурақөа) рказшьөақөа. Ажөа «геометрия» абырзен бышөантөи иаауеит, «адгьылшөара» (*землемерие*) хөа аанагоит. Ус захьызхаз, аңхьа адгьыл ахөтақөа (*аеытқөа*) ырыцаркуа закарақөоу аилкаашьөақөа, ашөашьөақөа рышьөақөргылара акөын изьызкыз.

Агеометриатө цшынра закөу аилкаараз асахьа 1 аөы иарбоуп өырпшыгас: ацөа-хөагьөжь, ахкөакьта, аңшь(ганейкара)иаша зыхьызкөоу.



Асахьа 1. Асахьа 2.

Агеометриатө цшынрақөа хкырацөала икөуп. **Аңшыңра** шьөақөгылазар алшоит аөа геометриатө цшынрақөак рыла. Убас еибытөу (еибарку) агеометриатө цшынрақөа рыла (шака еибытөаалакгы) дөаа геометриатөи цшынракуп – **ихөтакуп** (*самостоятельная единица*). Асахьа 2 акны иарбоу аңшыңра шьөақөгылоуп ахкөакьтаки х-цшь(ганейкара)иашөақөеи рыла, урт рыцака иабоу аңшыңра шьөақөгылоуп цөахөагьөжьки, ацөахөагьөжь ахөтақөеи рыла. Иарбан геометриатө цшынразаалак акөаңкөа рыла ишьөақөгылоуп хөа игөнахкылоит (ихөаңхьөазөит).

Амөтөар агеометрия аңсөазаараөы ахархөара гөгөа амөуп. Уи амөтөар аусуөггы, аңцьнырггы, асахьөагыхьөггы, архитекторггы ирдырузар рказараөы ирыхөит. Ажөакала, агеометрия зөггы ирдырузар ахөтөуп.

Ашкөл аөы ирцө (изхьысуа) агеометрия, уи Евклид игеометрия хөа иашьтөуп, раңхьөаза амөмөатика арцага шөкөы «Алагөмта» захьзу аңызцаз иара иауп. Шьардаамта уи иаңицөаз ашөкөала агеометрия рцон.

Хөара агеометрия ацара хөалагоит **апланиметрия** захьу ала. **Апланиметрия** - агеометрия иахөтакуп, абырзен бызшөала икьөаңсу аңшыңрақөа ршөара, рытцаара хөа аанагоит, **акьөаңсшөара** хөа азаххөит.

2 Акәәңи ацәәхәәиашеи

(точка и прямая)

Акәәңсра афы ихадоу агеометриатә пшынрақәас икоу **акәәңи ацәәхәәиашеи** роуп. Акәәңқәа аоыраф алатинтә нбан дуқәа $A, B, C, D, \dots$, убас ицагь рыла иахарбоит. Ацәәхәәиашақәа алатинтә нбан хәыцқәа: $a, b, c, d, \dots$, рыла. Асахьа 3-тәи афы иарбоуп акәәң A_i ацәәхәәиаша a_i .

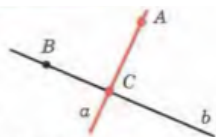


Асахьа 3.

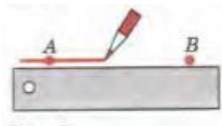


Евклид – ажәытә бырзентәылатә царауафы
(3 – тәи ашәышықәса хиера калаанза)

Ацәәхәәиаша аура цыхәәңцәара амазам (*инимцәадароуп, бесконечная*). Асахьақәа ркны ацәәхәәиаша ахәтәк ауп иахарбо, уи ахәтә нақ-аақ аюганқәак рыла цыхәәңцәара амазам хәа игәнахылоит. Шәәхәәңш асахьа 4. Уа ижәбоит ацәәхәәиашақәа a_i b_i иртәу акәәңқәа A, B, C_i . Акәәңқәа A_i C_i ацәәхәәиаша a иқәуп (*лежать*). Иара убас, иаххәар алшоит, акәәңқәа A_i C_i ацәәхәәиаша a иатәуп (*принадлежать*), мамзаргы ацәәхәәиаша a акәәңқәа A_i C_i ирылсуеит (*проходит через*) хәа.



Асахьа 4.



Асахьа 5.

Акәәң B ацәәхәәиаша b иқәуп, аха ацәәхәәиаша a иқәзам. Акәәң C ацәәхәәиаша a_i ацәәхәәиаша b_i ирықәуп. Ацәәхәәиашақәа a_i b_i акәәң C ақны *еицәоит (пересекаются) ма* иреихцәарстоуп.

Асахьа 5-и афы шәара ижәбоит, ацәәхәәлдага ацхыраарала, иҳамоу акәәңқәа a b A_i B_i ирылсуа ацәәхәәиаша алдашәа.

Акәәңсра иқәу (иатәу) акәәңи ацәәхәәиашеи реизыказаашәафы ихадақәоуп хәа рзақәоит абарт аказшәақәа:

I

Ишықазалак ацәәхәәиаша, икоуп акәәңқәа иара иатәқәоуи, акәәңқәа иара иатәыми. Иарбан a - кәәңпаалак ацәәхәәиашак рылдара алшоит, уи зацәыкуп.

(Какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки не принадлежащей ей.

Через любые две точки можно провести прямую, и только одну).

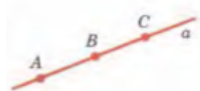
Асахъае ацѣахѣаиаша арбара алшоит иара иатѣу акѣапкѣа ѣба рыла. Аѣырѣштѣы, асахъа 4 аѣы иарбоу ацѣахѣаиаша α - АС хѣа азаххѣар (итѣааѣыр) алшоит, ацѣахѣаиаша b , уи ВС хѣа.

Ахасабтѣы (3)¹. Изалшома ω – цѣахѣаиашак еихцѣарстақѣас ω - кѣпк рымазара? Атѣк хѣилшѣыркаа.

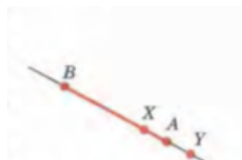
Ахасабра. Ацѣахѣаиашакѣа ѣба еихцѣарстақѣас ирымазар ω - кѣпк, ускан урт акѣапкѣа цѣахѣаиашак - цѣахѣаиашак рылсыр ауп, ω -цѣахѣаиашак калоит. Цѣахѣаиашак акны ус калашъа амазам, избанзар ω – кѣпк цѣахѣаиашак ауп ирылсуа. Абасала, ω – цѣахѣаиашак ω – кѣпк ркны еихцѣашъа рымазам.

3. Ахцѣаха (Отрезок)

Шѣахѣапш асахъа 6. Уа ижѣбоит ацѣахѣаиаша α , уи иатѣу акѣапкѣа хѣа А, В, Си.



Асахъа 6.



Асахъа 7.

Акѣап В ацѣахѣа иатѣу акѣапкѣа Аи Си **рыбжъара икѣуп** (*лежит между*), уи акѣапкѣа Аи Си **ашоит** (делит) (**еикѣнашоит**, *разделяет*). Иаххѣаргы алшоит, акѣапкѣа Аи Си акѣап В нақа-аактѣи аганкѣа рыла – **еикѣшоуп** хѣа, ма акѣапкѣа Ви Си акѣап А акынтѣ зымѣарак (*ганкахъала*) (*по одну сторону*) икѣуп, ма урт акѣап А ала **еикѣшазам** (*не разделяются*) хѣа. Иара убас, иаххѣар алшоит, акѣапкѣа Аи Ви зымѣарак икѣуп акѣап С аастѣа хѣа.

Ацѣахѣаиаша иатѣу акѣапкѣа ѣба ирыбжъаку ахѣта иатѣу акѣапкѣа зегъы иаа-изакны - **ахцѣаха** (*отрезок*) ахъзуп.

Урт акѣапкѣа рахѣтѣ ѣба - алагамтѣи антѣамтѣи роуп - **ахцѣаха антѣамтѣақѣа** (*концы отрезка*) рыхъзуп. Ахцѣаха адырбоит (*иѣарыѣуеит*) антѣамтѣатѣ дыргақѣа рыла. «Ахцѣаха АВ» анырхѣо ма ианырыѣуа, уи иаанагоит, ахцѣаха антѣамтѣақѣас иамаоуп акѣапкѣа Аи Ви (алагамтѣас А, антѣамтѣас В) хѣа.

Асахъа 7-и аѣы иарбоуп акѣапкѣа Аи Ви ирылсуа ацѣахѣаиаша. Ахцѣаха АВ ицѣаабжъу апштѣы ала иарбоуп. Ацѣахѣаиаша иатѣу акѣапкѣа Аи Ви ирыбжъакуп акѣап Х, уи ала, ахцѣаха АВ иатѣуп. Акѣап Y, акѣапкѣа Аи Ви ирыбжъакзам азы, ахцѣаха АВ иатѣзам.

¹ Ахыцкѣа ирѣаку иахнарбоит апараграф антѣартѣаѣы иаагоу ахасабтѣкѣа ркны уи хыпхъазарақѣас иамоу.

Ацѣахѣаиаша иатѣу акѣапкѣа реизыказаашъаѣ (рѣагылазаашъаѣ) ихадоу аказшъа хѣа иазыхѣахѣазоит:

II

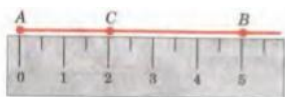
Цәәхәиашак иатәу х - кәәпк рахьтә кәәпзатәык ауп егырт ауба ирыбжәаку.

(Из трёх точек прямой одна и только одна лежит между двумя другими).

4 Ахцәахақәа ршәара

(Измерение отрезков)

Ахцәахақәа роурақәа ршәаразы рхы иадырхәоит еиуеицшым ашәагатә **маругақәеи** (инструменты), **ашәаругақәеи** (приборы). Урт рахьтә имариазоу иреиоуп ацәахәалдага (алинейка), еихаразак ацәағәастәқәа (штрихи) зынцаны икоу. Асахьа 8-и ағы иарбоуп ахцәаха АВ заура 5 см икоуи, ахцәаха АС 2 см, ВС 3 см иакарақәоуи. Ахцәаха АВ аура ахцәахақәа АСи СВи роурақәа реицца (рейцшь) иакароуп.



Асахьа 8.

Ахцәахақәа роурақәа ршәаразы ихадоу аказшьақәа хәа ихапхьазоит:

III

Иарбан хцәахазаалак иакаразаалакгы аурак амоуп, нуль еихау. Ахцәаха аура, иарбан акәәпзаалак ала ишоу, уи излашоу ахәтәқәа роурақәа реицца иакароуп.

(Каждый отрезок имеет определённую длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой).

Уи иаанагоит, ахцәаха АВ акны иаагар иарбан кәәпзаалак акы - С, ускан ахцәаха АВ аура ахцәахақәа АСи ВСи роурақәа реиццальтц иакароуп. Ахцәаха АВ аура азы акәәпқәа Аи Ви ирыбжәоу ма ирыбжәзо аура (расстояние) хәа азахәоит.

Ахәсабтәы (9). Цәәхәиашак икәуп акәәпқәа А, В, С. Урт раурақәа $AB = 4,3$ см, $AC = 7,5$ см, $BC = 3,2$ см иракароуп. Изалшома акәәп А акәәпқәа Ви Си рыбжәара акалара? Изалшома акәәп С акәәпқәа Аи Ви рыбжәара акалара? Руа иарбан кәәпү акәәпқәа А, В, С рыбжәара икоу?

Ахәсабра. Акәәп А акәәпқәа В, С рыбжәара иказар, ускан ашәаратә казшьа излахәо ала, иааыыр калоит: $AB + AC = BC$. Арт ахцәахақәа закарақәоу рыла иааыыр, ихауеит: $4,3 + 7,5 \neq 3,2$, Ари иаанаго, акәәп А акәәпқәа В, С рыбжәара иказам хәа ауп.

Акәап С акәапқәа А, В рыбжьара иказар, усқан $AC + BC = AB$, аха $5,5 + 3,2 \neq 4,3$. Акәап С акәапқәа А, В рыбжьара иказам.

Ацәахәаиашағы х - кәапк рыкнытә, ишаадыруа ала, кәапк егырт рыбжьара икоуп. Уи ала, абжьара икоу акәап В ауп,

5. Ақьаңсрабжақәа (Полуплоскости)

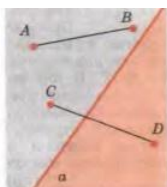
(Асаркьа ахыхь, итынчу амшын ахыхь ма азиа тынч ахыхь реиңш икьаңсза икоу, иарбан хырхартәзаалак нцәарста амазамкәа еицыхны икьақьаза икоу иамоу аңшра - **ақьаңсра** (плоскость) хәа азахәоит А.Ч.).

Шәахәаңш асахьа 9. Ацәахәаиаша α ақьаңсра **еионашоит** (разделяет) ω – **хәтәкны** (две части) - **ио-қьаңсрабжақәакны** (две полуплоскости). Ари еиңш икоу аиошара иаанарңшоит абас икоу аказшья: -

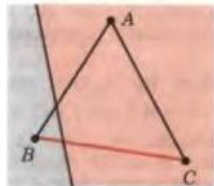
иарбан хцәахәаалак анцәамтәкәа қьаңсрабжак иатөызар, уи ақьаңсрабжақәа шыақөзыргылаз ацәахәаиаша еихнатәазом.

Ахцәаха анцәамтәкәа ақьаңсрабжақәа иртөызар, усқан, уи ақьаңсрабжақәа шыақөзыргылаз ацәахәа еихнатәоит.

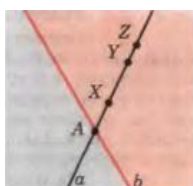
Асахьа 9 акны ахцәаха анцәамтәтә кәапқәа Аи Ви ацәахәаиаша α ишыақәнар-гылаз ақьаңсрабжақәа руак иатәуп. Уи ала, ахцәаха АВ ацәахәаиаша α еихнатәазом. Акәапқәа Си Ди ихаз-хазу ақьаңсрабжақәа иртәуп. Уи ала, ахцәаха CD ацәахәаиаша α еихнатәоит.



Асахьа 9.



Асахьа 10.



Асахьа 11.



Қьаңсрак иқәу акәаңи ацәахәаиашеи реизыказашьяғы **ихадоу қазшьяс** ихаңхәазоит:

IV

Ацәахәаиаша ақьаңсра еионашоит **ио-қьаңсрабжакны**

(Прямая разбивает плоскость на две полуплоскости).

Ахәсабтәы (17). Ихәмоуп ацәахәаиашеи, уи иатөым акәапқәа хңеи А, В, С. Идыруп, ахцәаха АВ еихнатәоит уи ацәахәаиаша, аха ахцәаха AC еихнатәазом. Ахцәаха BC ацәахәаиаша еихнатәома? Аңак ҳаилшөыркаа.

Ахәсабра. Ацәахәаиаша ақьаңсра еионашоит **ио - қьаңсрабжақәакны** (асажьа 10). Акәап А ақьаңсрабжақәа руак иатәуп. Ишдыру ала, ахцәаха AC

ацѣахѣаиаша еихнатѣазом. Ус акѣзар, акѣапкѣа Си Аи кѣапсрабжак аѣы икоуп. Ахцѣаха АВ ацѣахѣаиаша еихнатѣоит, ус анакѣха, акѣап В егы акѣапсрабжа иатѣуп. Абасала, акѣапкѣа Ви Си ихаз - хазу акѣапсрабжакѣа иртѣуп. Уи иаанагоит, ахцѣаха ВС ацѣахѣаиаша еихнатѣоит.

6 Ацѣахѣаиашабжа (Полупрямая)

Ахѣабтѣы (20). Ихѣмоуп ацѣахѣаиаша α , уи ацѣахѣаиашаѣы акѣапкѣа А, Х, У, $Z_{и}$ (асахѣа11). Идыруп, акѣапкѣа $X_{и}$ $Y_{и}$ акѣап А злакоу аганахѣала ишыкоу, иара убас акѣапкѣа $X_{и}$ $Z_{и}$ акѣап А злакоу аганахѣала ишыкоу. Акѣап А иаѣнырцшны акѣапкѣа $Y_{и}$ $Z_{и}$ рѣагылазаашѣа шѣакоу, ганкахѣала акѣу, ихазы ганкѣоу иахѣикакѣоу? Аѣак хѣилшѣыркаа.

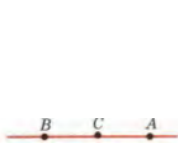
Ахѣасабра.

Акѣап А иалаадап иарбанзаалак цѣахѣаиашак b . ацѣахѣаиаша α иакѣымшѣо Уи акѣапсра ашоит ио-кѣапсрабжакны. Урт руак акны акѣап Х кѣалоит. Иара уи акѣапсрабжаѣ (ахѣабтѣ аѣакала) акѣапкѣа $Y_{и}$ $Z_{и}$ кѣалоит. Уи иаанагоит, ахцѣахакѣа ХУи ХЗи кѣапсрабжак еицыкѣуп, ацѣахѣаиаша b еихырцѣазом. Ус акзар, ахцѣаха YZ уи еихнатѣазом, акѣап А ахцѣаха иатѣзам. Абасала, акѣапкѣа $Y_{и}$ $Z_{и}$ акѣап А иалсуа ацѣахѣа азганк ахѣ ала икоуп.

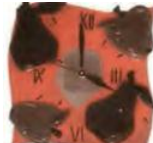
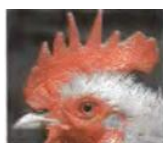
Ацѣахѣаиаша ахѣтак - **ашѣахѣац** (луч) ма **ацѣахѣаиашабжа** (плупрямая) ахѣзуп, уи злѣашѣакѣылоу акѣапкѣа зегѣы, иара иатѣу кѣапк акынѣ ганкахѣала (зымѣарак ала) иказар. Уи акѣап ацѣахѣаиашабжа (ма ашѣахац) **алагамѣатѣ кѣап** (начальная точка) ахѣзуп. Цѣахѣаиашак еицыкѣны, алагамѣатѣ кѣап акынѣ нак-аак еидыцны иѣо ацѣахѣаиашабжакѣа - **ихѣибартѣаауа** (дополнительные) ацѣахѣаиашабжакѣа рыхзуп. Ацѣахѣаиашабжакѣа, ацѣахѣаиашакѣа реипш алатын бызшѣатѣ нбанхѣкѣа рыла иахарбоит. Ацѣахѣаиашабжа ω -кѣапк, алагамѣатѣи иара иатѣу дѣа кѣапкы рыла арбара алшоит, Уи азы, алагамѣатѣ кѣап аѣхѣа ирыкоуеит. Аѣырцштѣы, асахѣа 12 аѣы ацѣахѣаиашабжа АВ ацѣоажѣ цштѣы ала иарбоуп.



Асахѣа 12.



Асахѣа 13.



Ахѣабтѣы (22). Ахцѣаха АВ акны игоуп (иарбоуп) акѣап С. Ацѣахѣаиашабжа-кѣа АВ, АС, СА, СВи рахѣтѣ руа иарбану еикѣшѣо ма ихѣибартѣаауа ацѣахѣабжа-кѣа? Аѣак хѣилшѣыркаа.

Ахѣасабра (асахѣа 13). Ихѣмоу ацѣахѣаиашабжакѣа рѣаошѣа злакоу ала, рылагамѣатѣ кѣапкѣоуп Аи, Си. Хѣахѣапшып аѣагылазаашѣа, акѣап А ала ианалаго. Ускан ихѣмоу ацѣахѣаиашабжакѣа АВи АСи хѣа икѣалоит. Ахѣабтѣ

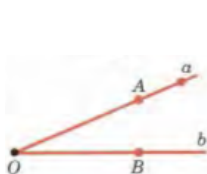
атцакы излаҳәо ала, акәаң С ахцәаха АВ икәуп, ус акәзар, акәаң А акәаңкәа В и Си рыбжара иказам. Уи ианагоит, акәаңкәа Ви Си акәаң А азымәарак ала ауп иахыкоу. Ус анакәха, ацәахәаиашабжакәа АВи АСи еикәшәо роуп.

Шьта хәхәаңшып егы аґагылазаашьа, ацәахәаиашабжакәа СА СВ хәа ианыкоу. Ускан акәаң С акәаңкәа Аи Ви рыбжарпа икоуп. Ус акәзар, урт акәаңкәа Аи Ви цәахәаиашабжак иатәзам. Уи иангагоит, САи СВи ихеибар-тәаауа цәахәаиашакәоуп.

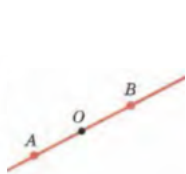
7 Акәакь

(Угол)

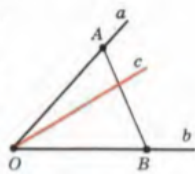
Акәаңи уи иахылцуа ϕ – шәахәаңки (ϕ – цәахәаиашабжакы) рыла ишьақә-гылоу агеометриатә пшыңра иахьзуп – **акәакь** (угол). Акәакь шыақәзыргыло ашәахәаңкәа – **акәакь аганкәа** (стороны угла) рыхәзуп, урт реихцәарстатә кәаң – **акәакь ақәцәа** (вершина угла) ахьзуп.



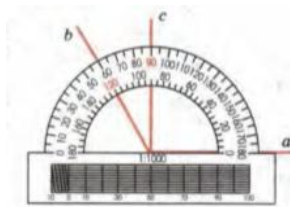
Асахьа 14.



Асахьа 15.



Асахьа16.



Асаха 17.

Асахьа 14 ағы шәара ижәбоит акәакь ақәцәатә акәаң Ои, уи иатәу аганкәа a и b . Аырағы акәакь адырбоит: ма ақәцәатә кәаң ала, ма аганкәа рыла, ма ақәцәатә кәаңи даәа ϕ – кәаңкәа аганкәа иртәкәоуи рыла. Аырағы ажәа «акәакь» адырга " $\angle$ " ала аңсахра алшоит хәа иңхьазоуп. Ишахәаз ала, асахьа 14 ағы иарбоу акәакь аґаора алшоит абас: $\angle O$, ма $\angle(a, b)$, ма $\angle AOB$ хәа. Акәакь, ахцатәи аґаошыа ала ианадырбо, ускан ақәцәатә кәаң иатәу **анбан** агәґаны ирыкоуеит.

Акәакь аганкәа цәахәаиашак иатәны, ихеибартәаауа цәахәаиашабжакәаны иказар, ускан урт ишьақәдыргыло акәакь – **акәакьейцых** (развёрнутый угол) ахьзуп. Асахьа 15 ағы иарбоуп еитыху акәакь қәцәас измоуп акәаң О, ганкәас ОАи ОВи.

Ашәахәаң ақәцәатә кәаң иахылцны, ақәцәатә акәакь аганкәа иртәу акәаңкәа еимаздо ахцәаха еихнацәозар, уи ашәахәаң акәакь аганкәа **рыбжыара ибжысуеит**.

(ирыбжысуеит, проходит между) хәа иңхьазоуп. Асахьа16 ағы иарбоу ашәахәаң **с** акәакь аганкәа (a, b) ирыбжысуеит, избанзар уи ашәахәаң акәакь (a, b) ақәцәатә кәаң иахылцуеит, иагыейхнацәоит ахцәаха АВ, зыңцәамтәкәа акәакь аганкәа ирықәкәоу.

Иахәар алшоит, иарбан шәахәаңцаалак акәакь аганкәа ирықәымшәо, аха акәакь ақәцәа иахылцуа, уи акәакь аганкәа ирыбжысуеит хәа. Акәакь закароу злашьақә-дыргыло акәакьшәага ак – **аградус** ахьзуп. Акәакь закароу шәаны даәакахь аиагаразы икоуп – **акәакьиагага** (атранспортир) захьзу. Асаха 17 ағы иарбоу акәакь (αb) 120° иакароуп. Ацәахәаиашабжа **с** акәакь (αb) аганкәа рыбжыара ибжысуеит. Акәакь (αc) 90° иакароуп. Егы акәакь (bc) 30° иакароуп, (αb) акәакькәа (αc) и (bc) реицда иакароуп.

Акәакькәа ршәаразы **ихадоу аказшьа** хәа ихаңхьазоит:

✓

Иарбан кәәкьзаалак градусшәарала хышәарак амоуп, нуль ейхау.

Еитыху акәакь ахышәара 180° иакароуп.

Акәакь градусшәарала ахышәара, уи акәакь аганқәа ирыбжьысуа иарбан шәахәацаалак ишәақәнаргыло акәакьқәа градусшәарала рхышәарақәа реиццалыц иакароуп.

(Каждый угол имеет определённую градусную меру, большую нуля.

Развёрнутый угол равен 180° .

Градусная мера угла равна сумме градусных мер угла, на которые он разбивается любым лучём, проходящим между его сторонами).

Уи иаанагоит, ашәахәац с акәакь (αb) аганқәа ирыбжьысуазар, усқан акәакь (αb) акәакьқәа (αc)и (bc)и реиццалыц иакароуп.

Аҳасабтәы (25). Изалшома ашәахәац с акәакь (αb) аганқәа рыбжьысра, иказар: $\angle(\alpha c) = 30^\circ$, $\angle(cb) = 80^\circ$, $\angle(\alpha b) = 50^\circ$ хәа?

Аҳасабра.

Ашәахәац с акәакь (αb) аганқәа ирыбжьысуазар, усқан акәакьқәа ршәаратә казшәа излақәо ала, икалар ауп:

$$\angle(\alpha c) + \angle(cb) = \angle(\alpha b) \text{ хәа. Аха } 30^\circ + 80^\circ \neq 50^\circ.$$

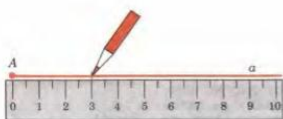
Уи иаанагоит, ашәахәац с акәакь (αb) аганқәа ирыбжьысзом хәа.

8 Ахцәахақәеи, акәакьқәи радшәаларақәа

(Откладывание отрезков и углов)

Ахцәаха адшәалара шыкарцә асахьа 18 афь иарбоуп. Иахәап, идыру аура (3 см) змоу ацәахәаиашабжа α иадшәалатәуп (надо *отложить*). Уи азы, ашәаганца (*ашкала*) змоу ацәахәалдага алагамтә, ацәахәаиашабжа α алагамтәтә кәақ иадкыланы, аура (3 см) ахыкалаз (иахынзаназаз) азгәартәит.

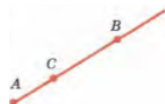
Акәакь адшәалараз шәахәақш асахьа 19. Ацәахәаиашабжа α алагамтәтә кәақ А анаос арғарахь ицагь иаццазар, усқан уи ақьақсра зегьы ашоит ио - қьақсбжакны. Акәакьаиагага агәта алагамтәтә кәақ иақәышәаны, асахьаф ишарбоу еипш икаццазар, усқан кәақ А ақьнтә ақьақсрабжа шәақәзыргылаз ацәахәаиаша ахыхька акәакь зхышәара дыру (иахәап 60°) ақәцәа ахыыкало цшааны иазгәартәит.



Асахьа 18.



Асахьа 19.



Асахьа 20.



Ахцәахақәеи акәакьқәеи рхышәарақәа риагаразы (акы аршәаразы, примерить) ихадоу аказшыақәа хәа ихапхьазоит:

VI, VII

Иарбан цәахәаиашабжазаалак алагамтатә кәақ акынтә зхышәара дыру ахцәаха адшәалара алшоит, уи затцәыкуп.

Иарбан цәахәаиашабжазаалак акынтә иарбоу акьацсрабжафы гра-дусшәарала идьру акәакь 180° еицу ашыақәыргыларала алшоит, уи затцәыкуп.

(На любой полупрямой от её начальной точки можно отложить отрезок заданной длины, и только один.

От любой полупрямой в заданную полуплоскость можно отложить угол с заданной градусной мерой, меньше 180° , и только один).

Ахәасабтәы (30). Ашәахәац АВ иадшәалоуп ахцәаха АС, ахцәаха АВ еицу. Акәаққәа А, В, С рахьтә иарбан кәақу юба рыбжьара икоу? Атак ҳаилшәыркаа.

Ахәасабра (асахьа 20). Ахәасабтә ацакы излаҳәо ала, ацәахәаиашабжа алагамтатә кәақ А азганк ахь ала икоуп акәаққәа В_и С_и. Ус анакәха, урт акәаққәа В_и С_и рыбжьара кәақ А зыкалазом.

Изалшома кәақ В акәаққәа А_и С_и рыбжьара акалара? Акәаққәа рыбжьара В ыказар, ускан икалоит $AB + BC = AC$ хәа. Аха, уи калашьа амазам, избанзар, ахәасабтәы ацакы ала, ахцәаха АС еицуп ахцәаха АВ ааста, уи иаанагоит акәақ В акәаққәа А_и С_и рыбжьара иказам. Х - кәақк А, В, С рахьтә кәақк егырт рыбжьара икоуп. Абасала, кәақ С акәаққәа А_и В_и рыбжьара икоуп.

9 Ахкәакьта

(Треугольник).

Ахкәакәта ахзуп агеометриатә пшынра, цәахәаиашак иатәым х - кәақк юба - юбала еимаздо х- хцәахак рыла ишыақәгыюу. Акәаққәа **ахкәакьта ақәцәақәа** (вершины треугольника) рыхьзуп, ахцәахақәа – **ахкәакьта аганқәа** (стороны треугольника) рыхьзуп.

(Ахкәакьта захьзу азы иахцәаргыи алшоит абас: «х-хцәахак, акы анцәамта егыи иалагамтаны еицгаланы икоу агеометриатә пшынра - ахкәакьта ахьзуп».

Аицгалартатә кәаққәа ахкәакьта ақәцәақәа рыхьзуп, ахцәахақәа, ахкәакьта аганқәа. А. Ч.).

Асахьа 21 афы иарбоуп ахкәакәта, измоу қәцәақәас акәаққәа А, В, С, ганқәас ахцәахақәа АВ, ВС, СА. Атафарафы ахкәакьта ақәцәатә кәаққәа рыла иадырблоит. Зны – зынла ажәа «ахкәакьта» ацымхәрас адырга «Δ» рыюуеит. Афырпштәы, асахьа 21 афы иарбоу ахкәакьта рыюуеит абас: $\triangle ABC$ хәа ма ажәала - ахкәакьта ABC хәа..

Ацәәхәиашабжақәа AB и AC ишыақәдыргыло акәакь - **ахкәакьта ақәцәтә кәакь А** хәа ипхьазоуп. Иара убас, ахкәакьта ақәцәтәи акәакьқәа роуп акәапқәа B и C рыла иарбақәоу.

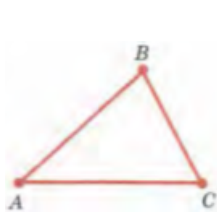
Ахцәахақәа еикарақәоу (*равные отрезки*) хәа ипхьазоуп, аура ашәагала зхышәарақәа еикароу.

Акәакьқәа еикарақәоу (*равные углы*) хәа ипхьазоуп, акәакьшәарала зхышәарақәа еикароу (*ма еикәуцар цәынхада еикәшәо А. Ч.*).

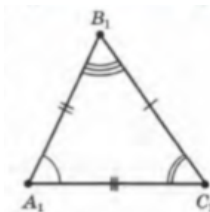
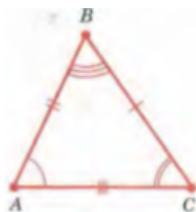
Ахкәакьтақәа еикарақәоу (*равные треугольники*) хәа ипхьазоуп, еишәашәалоу аганқәеи акәакьқәеи еикарақәоу змоу (*ма еикәуцар цәынхада еикәшәо А. Ч.*).

Асахьа 22 ағы, шәара ижәбоит еикароу ахкәакьтақәа $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$. Урт ркны:

$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$. $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$ хәа икоуп.



Асахьа 21.



Асахьа 22.



Асахьақәа ркны еикароу ахцәахақәа ака – ка, $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ ма хцә - хцә цәағәастақәа рыла иадырбоит. Иара убас, еикароу акәакьқәа, ирхәоу ацәағәастақәа рыла иадырбоит (асажьа 22).

Ауырағы ахкәакьтақәа реикарара арбаразы рхы иадырхәоит аикараратә дырга « $=$ ». $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ хәа итафу иапхьоит абас: «Ахкәакьта $\triangle ABC$ ахкәакьта $\triangle A_1B_1C_1$ иакароуп» хәа. Аахкәакьтақәа ртаураан ақәцәтә нбанқәа реишьтаненишьа ацакы амоуп. Иаххәап, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, уи иаанагоит: $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$. Аха иказар $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ хәа ускан: $\angle A = \angle B_1$, $\angle B = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$ хәа аанагоит.

Ахасабтәы (38). Ахкәакьтақәа $\triangle ABC$ и $\triangle PQR$ еикароуп. Идырзар аган $AB = 10$ м ишақроу, акәакь $C = 90^\circ$ ишақроу, ускан изакарақәоузеи аган PQ и акәакь R . Атак хәилшәыркаа.

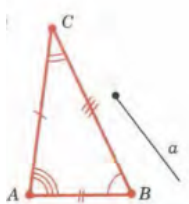
Ахасабра. Ахкәавкьтақәа $\triangle ABC$ и $\triangle PQR$ еикарақәоуп азын, иаадыр алшоит: $AB = PQ$, $\angle C = \angle R$. Ус акәазар, $PQ = 10$ см, $\angle R = 90^\circ$.

10. Икоу иакароу ахкәакьта аказаара.

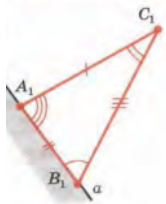
(Существование треугольника, равного данному)

Иаххәап, ихамоупт ахкәакьта $\triangle ABC$ и ашәахәац α (асажьа 23, а). Еицаагап ахкәакьта $\triangle ABC$ убас, уи ақәцәа A ашәахәац α алагамтәтә кәап иақәшәартә, акәап B иара ашәахәац α аҕны икалартә, аха акәап C ашәахәац зқәу аҕьяпсрае иаан-

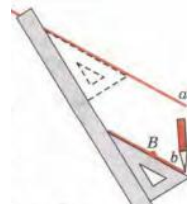
хартә. Ахкәакъта ақәцәкәа ағыц тагылазаашыағы A_1 , B_1 , C_1 хәа иаҳарбап (асахьа 23, б). Ахкәакътақәа $A_1B_1C_1$ и ABC и еиқароуп.



Асахьа 23, а).



Асахьа 23, б.



Асахьа 24.



Ашәахәац α иағнырпшыны (относительно) ахкәакъта $A_1B_1C_1$ аказаареи уи даға хкәакътак ABC иақараны ақалареи, имариазоу агеометриатә цшынақәа ирыму **ихадоу аказашьақәа** ируакуп. Ари аказшья ашьақәцара (формулировка) абас икалоит:

VIII

Изеицшразаалакгы ахкәакъта, икоуп иара иақароу ахкәакъта, идыру ацәахәаиашабжа иағнырпшыны иалху атыпнкыларә змоу.
(Каков бы ни был треугольник, существует равный ему треугольник в заданном расположении относительно данной полупрямой).

11. Еицтәару ацәахәаиашақәа (Параллельные прямые).

*Q-цәахәаиашак **еицтәару** (параллельные) рыхьзуп, урт еихымцәозар.*

Асахьа 24 ағы иарбоуп ақәакътыхгеи (угольник) ацәахәалдагеи (линейка) рыла ацәахәаиаша b алдашья икоу ақәац B акны, уи ацәахәаиаша α иацтәарны.

Асырағы ацәахәаиашақәа реицтәарра арбаразы рхы иадырхәоит адырга « $\parallel$ ». Уи ацхыраарала ирыюеит абас: $\alpha \parallel b$ хәа, иагыацхьоит: «ацәахәаиаша α ацәахәаиаша b иацтәаруп», ма иаархәны $b \parallel \alpha$ хәа ианыкоу- «ацәахәаиаша b ацәахәаиаша α иацтәаруп» хәа

Икоуп ацәахәаиашақәа реицтәарра иазку **ихадоу цқара, ма аицтәарқәа рыцқаццәа** (аксиома параллельных) хәа изышьтоу, уи абас икоуп:

IX

ацѣахѣаиашеи иара иатѣым акѣаџи зкѣу аџьаџсраѣы, акѣаџ изалсуам цѣахѣаиашак еиханы уи иацтѣару

(Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести на плоскости не более одной прямой, параллельной данной).

Ахасабтѣ (41). Изалшома ацѣахѣаиаша, еицтѣару ацѣахѣаиашакѣа ѡба рахѣтѣ акы ехызтѣѡ, еџи аихымцѣара? Аџак хайлшѣыркаа.

Ахасабра. Иаххѣаџ, кьаџсрак икѣуп еицтѣару ацѣахѣаиашакѣа ѡба α и b и, ацѣахѣаиаша c и, ацѣахѣаиаша α акѣаџ А акны еихызтѣѡи (асахьа 25). Ацѣахѣаиаша c ацѣахѣаиаша b еихнамцѣозар, ускан акѣаџ А иалсыр ауп ацѣахѣаиаша b иацтѣару цѣахѣаиашакѣа ѡба α и c и. Аха ацѣахѣаиашакѣа реицтѣарра аџкаџцѣа излахѣѡ ала, уи калашьа амазам. Ус акѣзар, ацѣахѣаиаша c ацѣахѣаиаша α анеихнацѣа, уи иацтѣару ацѣахѣаиаша b ехнацѣар ауп.

Ахасабтѣ еилыргоуп.

12. Аџкаџшаахкѣеи урт рышьакѣыргѣѣареи

(Теоремы и доказательства)

Иарбан геометриатѣ цшынразаалак иамоу аџазшьа хѣа иазырхѣѡ шиашоу хшыѡџкарала ирџабыргтѣуп. Ус икоу аххѣаа, хшыѡџкарала арџабыргра – **ашьакѣыргѣѣара (доказательство)** ахзуп. Ахѣамџа аџакы шиашоу ашьакѣыргѣѣараз ирыцдырхраоит ишьакѣыргѣѣѡу ахѣамџакѣа – **аџкаџшаахкѣа (теоремы)** захзю. Иаагап аѣырџштѣыс абас икоу аџкаџшаах.

Аџкаџшаах

1.1

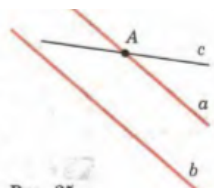
Ахкѣакьџа иатѣу иарбан кѣѣѣазаалак иалымсуа ацѣахѣаиаша, ахкѣакьџа аганкѣа руак еихнацѣозар, ускан уи ацѣахѣаиаша еџьырт аганкѣа ѡба руак амаџара ауп еихнацѣѡ.

(Если прямая, не проходящая ни через одну из вершин треугольника, пересекает одну из его сторон, то она пересекает только одну из двух других сторон).

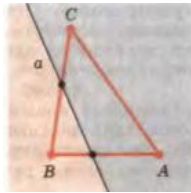
Ашьакѣыргѣѣара

Иаххѣаџ, ацѣахѣаиаша α ахкѣакьџа ABC аѣѣѣаѣа ирылымсуа уи ахкѣакьџа аган АВ еихызтѣѡ ауп (асахьа 26). Ишаадыруа ала, ацѣахѣаиаша α аџьаџсра ашоит ѡ - кьџсрабжакны. Акѣаџкѣа Аи Ви ихаз – хазу аџьаџсрабжакѣа ирыкѣуп, избанзар ацѣахѣаиаша α ахѣѣаха АВ еихнацѣѡит. Акѣаџ С аџьаџсрабжакѣа руак икѣуп. Акѣаџ С акѣаџ А зкѣу аџьаџсрабжа икѣзар, ускан ахѣѣаха AC ацѣахѣаиаша α еихнацѣѡзом, аха ахѣѣаха BC уи ацѣахѣаиаша еихнацѣѡит (асахьа 26, а). Акѣаџ С акѣаџ В зкѣу аџьаџсрабжа икѣзар, ускан ахѣѣаха AC

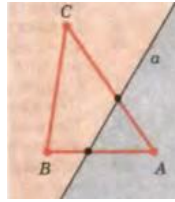
ацѣаѣаиаша α еихнатѣоит, аха ахцѣаха BC уи ацѣаѣаиаша еихнатѣазом (асахьа 26, б).



Асахьа 25.



Асахьа 26, а.



Асахьа 26, б.



Арт аҭагылазаашьақәа рьубагы иаадырҭшуоит ацѣаѣаиаша α еихнатѣо аганқәа руакы ауп: ма ахцѣаха AC, ма ахцѣаха BC.

Ишьақәырғѣгѣатѣызгы уи ауп.

Аҭқапшаах **ашьақѣцара** (формулировка) ианакѣызаалак α – хѣҭакны аѣашоит. Актѣи ахѣҭа - аус зыххѣаау ҭагылазаашьас иамоу аҭакы аанарҭшуеит азын уи условие теоремы ахьзуп→**аҭқапшаах азыххѣаа** хѣа азаххѣоит. Егьи ахѣҭа - уи **азыххѣаа** иахѣо нагзазар лҭшѣас иаанарҭшуа аҭакы ахѣоит. Уи ахѣҭа - **аҭқапшаах ахьркѣшага, ма аҭқапшаах ақѣната** (заклучение теоремы) ахьзуп. Ахасабрақәа раан убри ақѣната шиашоу ауп ишьақәырғѣгѣатѣу. Уи ашьақәырғѣгѣараан азыххѣаа иамеханакуа зегьы инагзаны иаарҭшызар ауп.

Аҭқапшаах **1.1** аѣы зыххѣаас (ҭагылазаашьас) икоу - «ахкѣакьта иатѣу иарбан қѣѣазаалак иалымсуа ацѣаѣаиаша, ахкѣакьта аганқәа руак еихнатѣозар» ауп. Аҭқапшаах қѣнатас (хьркѣшагас) иамоу – (уи ацѣаѣаиаша егьырт аганқәа руак амацара ауп еихнатѣо), зышьақәырғѣгѣара аҭахугьы уи ауп.

13 Аҭқапцѣақәа

(Аксиомы)

Имариазоу агеометриатѣ пшынрақәа рҭказшьахадақәа ханрылацѣажо ишьақәырғѣгѣамкѣа икоу, аха зҭакы еснагь иҭабыргны зхы аазырҭша ахѣамҭақәа ахархѣара рьмоуп. Ус икоу аҭакы мѣапызго ахѣамҭа **аксиома** ахьзуп. Ажѣа «аксиома» абырзен бызшѣантѣ иаагоуп, «ахѣамҭа гѣыюбара узымҭо, ахатѣра, хѣҭыр зқѣу, аҭабыргиаша » хѣа аангагоит - **аҭқапцѣа** хѣа азаххѣар алшоит, избанзар еснагь иса – иҭқа-иҭцѣа аҭкы иҭабыг ииашаны ахы аанарҭшоит..

Аҭқапшаахқәа рҭаққәа рышьақәырғѣгѣараан ахархѣара рылшоит имариоу аҭшынрақәа рҭказшьахадақәа, аҭқапцѣақәа, иара убас, ишьақѣдырғѣгѣахьоу аҭқапшаахқәагьы. Егьыс, иарбан пшынразаак иианарҭшуа аҭказшьа, егьа иҭабыргны иҭказаргьы, уи ииашоуп хѣа агѣра ганы ахархѣара қалазом, уи еижьагазар алшоит.

Аҭқапшаахқәа рышьақәырғѣгѣараан ишьақѣдырғѣгѣо аҭакы аазырҭшуа асахьа цхьыраагас ахархѣара алшоит. Аха урт асахьақәа рҭкны иҭабыргуп ухѣартѣ иааҭшуа аҭказшьақәа шыақәырғѣгѣамзар рхархѣара қалазом.

27. Иарбан цѣахѣаиашақѣоу еицтѣару хѣа изышьтѣоу? Иарбан дыргоу аицтѣарра арбара азы рхы иадырхѣо?

28. Ишьақѣшѣта ацѣахѣаиашақѣа реицтѣарра аказшьа хадақѣа?

29. Иаашѣа ацѣақѣшаах афырцштѣы?

30. Ари § акны иаагоу афотосахьяқѣарѣ иарбан геометриатѣ цшынрақѣоу иалукаартѣ икақѣоу?

Иаашѣа ицѣгы афырцштѣа агеометриатѣ цшынрақѣа аазырцшуа.

Ахасбтѣа¹

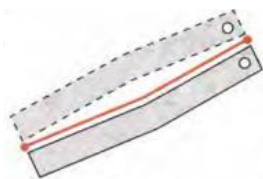
Ахѣтац 2

1. 1) Иалыжѣда ацѣахѣаиаша. Иалшѣаа уи иатѣо акѣац $A_{и}$, иатѣым акѣац $B_{и}$.

2) Иалыжѣда еихцѣо ацѣахѣаиашақѣа ѣба $\alpha_{и}$, $b_{и}$. Иазгѣашѣта: реихцѣарстѣатѣ кѣац C ; акѣац A ацѣахѣаиаша α иқѣу, аха ацѣахѣаиаша b иқѣым, акѣац D ацѣахѣаиашақѣа $\alpha_{и}$, $b_{и}$ ирықѣым.

¹ Ари арцага шѣкѣакны иарбоу ахасабтѣа рацѣаны егырт ашѣыкѣа ркынѣтѣ иаагоуп, еихарак «Геометриа» А.П. Киселиови, «Сборник задач по геометрии» Н.А. Рыбкини рышѣкѣа ркынѣтѣ.

Ахасабтѣа убас ишоуп, еизааигѣоу афыц дыррақѣа ахалагалѣоу ахѣтацѣа ирықѣшѣо, ма амаѣараѣ изхысхѣоу рцакѣа шытызхуа рыла.



Асахья 27.

2. Акѣаад бгыц акны иазгѣашѣта акѣацѣа ѣба. Урт ирылышѣда (ирыбжыжѣда напыла) ацѣахѣаиаша.

Ацѣахѣалдагала игѣашѣта иахынзаиашѣоу иалышѣдаз ацѣахѣа.

3. Изалшѣома ѣ - цѣахѣаиашак еихцѣарстѣақѣас ѣ - кѣацк рымазара?

Ихѣилшѣыркаа аѣак.

4. Ацѣахѣалдага аган аиашара аилкааразы икарцѣоит абас: ацѣахѣалдага рыцырхрааны акѣацѣа ѣба (ацѣахѣалдага аура еихѣамкѣа изыбжыѣоу) цѣахѣала еимардоит (асахья 27). Анаѣс ацѣахѣалдага аархѣны афыц цѣахѣа алырдоит. Иалырдаз ацѣахѣақѣа реизыказашья иаанарцшуеит ацѣахѣалдага аган аиашара. Ацѣахѣаиашақѣа иртѣоу иарбан казшьѣоу изцазкуа, ацѣахѣалдага аиашара аилкааразы икацѣоу апышѣара?

Ахѣтац 3.

5. Иалыжѣда ацѣахѣаиаша α . Уи ацѣахѣаиашафы иазгѣашѣта акѣацѣа ѣба $A_{и}$, $B_{и}$. Шьѣта икашѣта убас икоу акѣац C , акѣацѣа $B_{и}$, $C_{и}$ рыбжыра акѣац A калартѣ.

6. Иалышѣда ацѣахѣаиаша α . Уа иазгѣашѣта иарбанзалак акѣацѣа ѣба $A_{и}$, $B_{и}$. Шьѣта ахцѣаха AB акны икашѣта иарбанзалак кѣацк C .

Ахәтәч 4

7. Ацәәхәиаша CD иатәу акәапкәа $C_{и}$ $D_{и}$ рыбжьара икоуп акәап M. Ишәыпшаа ахцәаха CD аура, иказар: 1) $CM = 2,5$ см, $MD = 3,5$ см; 2) $CM = 3,1$ дм, $MD = 4,6$ дм; 3) $CM = 12,3$ м, $MD = 5,8$ м.
8. Ацәәхәиашафы иазгәашәта акәапкәа ω ба. Бларпшыла урт еимаздо ахцәаха абжа ахыкоу алкааны иазгәашәта. Ашәагантца змоу ацәәхәалдагала, еилышәкаа уи ахынзаиашоу.
9. Акәапкәа A, B, C цәәхәиашак икәуп. Идыруп $AB = 4,3$ см, $AC = 7,5$ см, $BC = 3,2$ см ишракароу. Изалшома акәап A акәапкәа $B_{и}$ $C_{и}$ рыбжьара акалара? Изалшома акәап C акәапкәа $A_{и}$ $B_{и}$ рыбжьара акалара? Руа иарбан кәап акәапкәа A, B, C рыбжьара икоу?
10. Акәапкәа A, B, C цәәхәиашак иатәуп. Изалшома акәап B ахцәаха AC афы ақәзаара, иказар: $AC = 5$ см, $BC = 7,5$ см? Атак хәилшәыркаа.
11. Акәапкәа A, B, C цәәхәиашак иатәуп. Изалшома акәап B акәапкәа $A_{и}$ $C_{и}$ реишара, иказар: $AC = 7$ м, $BC = 7,6$ м? Атак хәилшәыркаа.
12. Изалшома акәапкәа A, B, C цәәхәиашак ақәзаара, иказар: $AB = 1,8$ м, $AC = 1,3$ м, $BC = 3$ м. Атак хәилшәыркаа.
13. Изалшома акәапкәа хқа A, B, C цәәхәиашак ақәзаара, иреихау ахцәаха AB аура еитызар ахцәахақәа $AC_{и}$ $BC_{и}$ реицца ааста? Атак хәилшәыркаа.
14. Акәапкәа A, B, C цәәхәиашак иатәуп. Ишәыпшаа ахцәаха BC аура иказар, $AB = 2,5$ м, $AC = 3,2$ м. Зака хасабра амоузеи ахасабтәы?
15. Ахцәаха AB измоу аура 15 м аҥны иарбоуп акәап C. Ишәыпшаа ахцәахақәа $AC_{и}$ $BC_{и}$ роурақәа иказар: 1) ахцәаха AC аура 3 м рыла еханны BC аура ааста; 2) ахцәаха AC аура 2-нтә еиханы BC ааста; 3) акәап C ахцәаха AB иагәтазар; 4) ахцәахақәа $AC_{и}$ $BC_{и}$ резыказаашыа 2:3 хәа иказар.

Ахәтәч 5

16. Иалыжәда цәәхәиашак. Иашәырба уи иатәым кәапк A. Шьта икашәта убас икоу акәапкәа ω ба $B_{и}$ $C_{и}$, ахцәаха AB ацәәхәиаша еихнатәартә, аха ахцәаха BC уи ацәәхәа еихнамцәартә.
17. Ихәмоуп ацәәхәиашеи, уи иатәым акәапкәа хқеи A, B, C. Идыруп, уи ацәәхәиаша ахцәаха AB еихнатәоит, аха ахцәаха AC еихнатәазом. Ахцәаха BC ацәәхәиаша еихнатәома? Атак хәилшәыркаа.
18. Ихәмоуп ацәәхәиашеи уи иатәим акәапкәа цшьбеи A, B, C, D. Ахцәаха AD еихнатәома уи ацәәхәиаша, иказар: 1) ахцәахақәа AB, BC, CD ацәәхәиаша еихырцәо; 2) ахцәахақәа $AC_{и}$ $BC_{и}$ ацәәхәиаша еихырцәо, аха BD еихнамцәо; 3) ахцәәхәақәа $AB_{и}$ $CD_{и}$ ацәәхәиаша еихырцәо, аха BC еихнамцәо; 4) ахцәәхәақәа $AB_{и}$ $CD_{и}$ ацәәхәиаша еихырымцәо, аха BC еихнатәо; 5) ахцәахақәа AB, BC, CD ацәәхәиаша еихырымцәо; 6) ахцәахақәа AC, BC, BD ацәәхәиаша еихырцәо? Атаккәа хәилшәыркаа.
19. Ихәмоуп акәапкәа хәбеи урт ырылымсуа ацәәхәиашеи. Идыруп, акәапкәа хқа ацәәхәиаша иафнырпшны азганк ахь ала ишыкоу, егырт ω ба, - егыи аганахь

ала. Акөапқәа зегыи ҫба – ҫбала еимадоуп. Шака хтәахақәа ацәахәаиаша еихырцәозеи? Атак ҳаилшәыркаа.

Ахәтаҭ 6

20. Иҳамоуп ацәахәаиаша α уи ацәахәаиашаҕы акөапқәа $A, X, Y, Z_{и},$ (асахьа11). Идыруп, акөапқәа $X_{и}, Y_{и}$ акөаҭ A азганк ахь ала ишыкоу, акөапқәа $X_{и}, Z_{и}$ акөаҭ A азганк ала. Акөаҭ A иаҕнырцшы акөапқәа $Y_{и}, Z_{и}$ ртагылазаашьа шдакоу, ганка-хьала акәу, ихазы ганқәу иахыкақәу? Атак ҳаилшәыркаа.

21. Ианышәца ϕ - көаҭк $A_{и} B_{и}$. Иалжәда ацәахәаиашабжа AB .

22. Ахцәаха AB акны игоуп (иарбоуп) акөаҭ C . Ацәахәаиашабжақәа $AB, AC, CA,$ CB и рахтә руа иарбану еикәшәо ма ихеибартәауа ацәахәабжақәа? Атак ҳаилшәыркаа.

Ахәтаҭ 7

23. Көаҭк акны иалыжәда иарбанзаалак x – шәахәацк. Бларцшыла ишьақәшәыргыл урт акәакьқәа закарақәу, нас акәакьшәагала ишәшәа. Акәакьқәа гәаныла изакарақәу хәа ишәхәази, ишәшәази еиҕшәырцшы. Еиҕамәаҕыжәга аҕышәарақәа.

24. Ашәахәац α акәакь аганқәа (cd) ирыбжысыеит. Ишәыпшаа акәакь (cd) иказар: 1). $\angle(\alpha c) = 35^\circ, \angle(\alpha d) = 75^\circ;$ 2). $\angle(\alpha c) = 57^\circ, \angle(\alpha d) = 62^\circ;$ 3). $\angle(\alpha c) = 94^\circ, \angle(\alpha d) = 85^\circ.$

25. Изалшомә ашәахәац c акәакь (αb) аганқәа рыбжысыра, иказар: 1) $\angle(\alpha c) = 30^\circ, \angle(cb) = 80^\circ, \angle(\alpha b) = 50^\circ;$ 2) $\angle(\alpha c) = 100^\circ, \angle(cb) = 90^\circ;$ 3) акәакь (αc) еихазар акәакь (αb) ааста?

26. Акәакь 60° иакароу аганқәа (αb) рыбжыра ибжысыеит ашәахәац c . Ишәыпшаа акәакьқәа (αc) и (bc) и, иказар: 1) акәакь (αc) 30° ала еиханы акәакь (bc) ааста; 2) акәакь (αc) ҫынтә еиханы акәакь (bc) ааста; 3) ашәахәац c акәакь (αb) еиҕнашозар; 4) акәакьқәа (αc) и (bc) и акәакьшәага аградус ала реизыказаашьа 2:3 хәа иказар.

Ахәтаҭ 8

27. Иалыжәда ацәахәаиаша. Уи акны иазгәашәта акөаҭ A . Анаҕос, бларцшыла ацәахәаҕы иазгәашәта акөаҭ B убас икалартә $AB = 5$ см хәа. Ишьақәшәыргыла икашәцаз атыхымта иахынзаиашоу амиллиматратә шәаганца змоу ацәахәалдага ала. Имоаҕыжәга икашәцаз аҕышәара аҕызцәа абарт рзынгыи: 1) $AB = 3$ см; 2) $AB = 7$ см; 3) $AB = 10$ см.

28. Бларцшыла икашәца акәакьқәа зхышәарақәа: $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ иакароуп хәа ишәпхьазо. Акәакьшәагала урт акәакьқәа шәаны еилышәкаа, бларцшыла иахынзаиашоу итышәхыз урт акәакьқәа. Еиҕакашәца урт рҕызцәа аҕышәарақәа.

29. Ацәахәаиашабжа AB акны икоума акөаҭ X акөаҭ B иақәымшәо, аха $AX = AB$ хәа икалар зылшо? Атак ҳаилшәыркаа.

30. Ашәахәац AB иадшәалоуп (отложен) ахцәаха AC ахцәаха AB еицу. Иарбан көапу, акөапқәа A, B, C рыбжыра икоу? Атак ҳаилшәыркаа.

31. Ашәәхәәц АВ ағы иазгәәтәууп акәәц С. Ишәыңшаа ахцәаха ВС аура, иказар:
1) $AB = 1,5$ м, $AC = 0,3$ м; 2) $AB = 2$ см, $AC = 4,4$ см.

Ахәтәц 9

32. Бларңшыла итышәх зганқәа еикароу (*иганеикароу*) ахкәакьта. Итышәхыз аганқәа ршәарала еилышәкаа иахынзаиашоу.

33. Ахкәакьта ABC аган АВ ағы иалкаауп акәәц D. Изакароузеи ахкәакьта аган, иказар $AD = 5$ см, $BD = 6$ см хәа?

34. Ахкәакьта ABC аганағы икоуп акәәц D. Ишәыңшаа ахкәакьта акәакь С, иказар, акәакь $\angle ACD = 30^\circ$, $\angle BCD = 70^\circ$ хәа.

35. Итышәх изеиңшразаалакгы хкәакьтак. Бларңшыла итышәх уи иакароу ахкәакьта. Имоаңыжәга урт ахкәакьтақәа рганқәеи ркәакьқәеи рхышәарақәа закарақәоу реилкаара: зны бларңшыла, нас ашәагақәа рыла. Еиғшәырңшы бларңшыла икашәцази ашәарала икацоуи. Имоаңыжәга уи аоыза аңышәарақәа рацәаны.

36. Ахкәакьтақәа ABC и PQR еикароуп. Идырзар $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см. Ишәыңшаа ахкәакьта PQR аганқәа роура. Иҳаилшәыркаа атак.

37. Ахкәакьтақәа ABC и PQR еикароуп. Аобатәи ахкәакьта акәакьқәа $\angle P = 40^\circ$, $\angle Q = 60^\circ$, $\angle R = 80^\circ$. Ишәыңшаа ахкәакьта ABC акәакьқәа.

38. Ахкәакьтақәа ABC и PQR еикароуп. Идырзар аган АВ 10 м ишакароу, акәакь С - 90° ишакароу, усқан изакарақәоузеи аган PQи акәакь Ри. Атак ҳаилшәыркаа.

39. Ахкәакьтақәа ABC, PQR, XYZ еикароуп. Идырзар ахкәакьтақәа рганқәа $AB = 5$ см, $QR = 6$ см, $ZX = 7$ см. Ишәыңшаа ахкәакьтақәа егырт рганқәа закарақәоу.

Ахәтәц 10

40. Икоуп ахкәакьта ABC. Икоума даәа хкәакьтак ABD, уи иакароу?

Ахәтәц 11.

41. Изалшома ацәәхәаиаша, еицтәару ацәәхәаиашақәа җба рахынтә акы ехызтәо, аха егыи еихнамтәо? Атак ҳаилшәыркаа.

42. Иҳамоуп еихтәо җ – цәәхәаиашак. Изалшома (*ақьаңсраә*) ахцатәи ацәәхәа алдара, урт ацәәхәақәа ирыцтәарны?

Ахәтәц 12.

43. Изалшома ацәәхәаиаша, ахкәакьта ақәцәақәа ирылымсуа, уи аганқәа ахцәагы реихцәара? Избан?

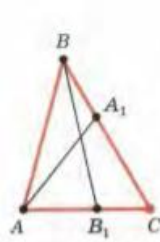
44¹. Икоуп акәәцқәа цшьба: A, B, C, D. Акәәцқәа A, B, C цәәхәаиашак иатәуп, иара убас, акәәцқәа B, C, D - гыи цәәхәаиаша, усқан акәәцқәа зегы цәәхәаиашак ишатәу шыақәшәыргәгәа. .

45. Икоуп ацәәхәаиашақәа цшьба: a, b, c, d . Идырыуп ацәәхәаиашақәа a, b, c кәәцк ақны ишеихтәо. Ацәәхәаиашақәа b, c, d – гыи кәәцк ақны еихтәоит. Ишыақәшәыргәгәа арт ацәәхәаиашақәа рыцшьбагыи кәәцк ишалсуа.

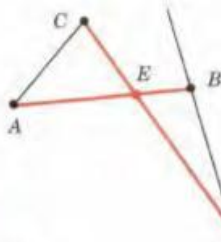
46. Акәаңкәа A, B, C, D цәахәаиашак иатәзам. Идыруп, ацәахәаиаша AB ахцәаха CD еихнатәоит, иара убас, ацәахәаиаша CD еихнатәоит ахцәаха AB . Ишьақәшәыргәғәа, ахцәаха AB ахцәаха CD шеихнатәо.

47. Ихәмоу ахкәакыта ABC аган AC ағы иазгәаҭоуп акәаң B_1 , аган BC акны акәаң A_1 . Ишьақәшәыргәғәа, ахцәаха AA_1 ахцәаха BB_1 шеихнатәо (асахыа 28).

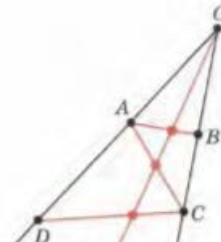
48. Ахцәахақәа AB и CD цәахәаиашак иатәым, еихцәоит акәаң E акын. Ишьақәшәыргәғәа, ахцәаха AC и ахцәаха BD шеихцәо (асахыа 29).



Асахыа 28



Асахыа 29



Асахыа 30.

Ахәҭаң 13.

49. Ишьақәшәыргәғәа ашәахәац акәакы ақәцәа иахылцуа, еихнатәозар ахцәаха AB , зынцәамтәқәа уи акәакы аганқәа ркын икоу, усқан уи ишеихнатәо: 1) ахцәаха AC зынцәамтәқәа акәакы аганқәа ирықәу. 2) иарбан хцәахазаалак CD зынцәамтәқәа уи акәакы аганқәа ркын икоу (асахыа 30).

50. Ишьақәшәыргәғәа, акыаңсра икәу ацәахәаиашақәа оба, ма еицтәаруп. ма кәаңкәа ишеихцәо.

51. Акәаңкәа A и C ацәахәаиаша α иатәуп. Ацәахәаиашабжа CA ағы иадшәалоуп (отложено) ахцәаха CB , ахцәаха CA еихау. 1) Ахкәаңкәа A, B, C ркынтә иарбан абжәара икоу? Аҭак ҳаилшәыркаа. 2). Ишьақәшәыргәғәа, ацәахәаиаша α акәаң A ϕ - цәахәаиашабжакны AB и AC и рыла ишашо?

¹ Аҭштәы аҭаны иарбоуп аҳасабтәқәа, зыхасабра маиам.

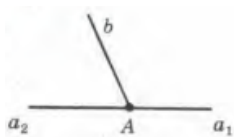
§2. Еидуи, еиңнуи акәакықәа

(Смежные и вертикальные углы)

14. Еиду акәакықәа

(Смежные углы).

Ахәаақәцара (определение). Акәакықәа оба **еиду** (смежные) рыхызуп, урт шыақәзыргыло аганқәа руак рзеиңшзар, егырт рганқәа ихеибартәауа цәахәаиашабжәазар.



Иаххәап, акәаң С аңәахәаиаша АВ иатәу акәаңкәа ирбжәкуп, аха акәаң D аңәахәаиаша АВ иңәзам (*иатәзам*) (асахьа 32). Иалдазар аңәахәаиашабжа CD, ускан ишьақғыло акәакькәа ACDи, DCВи еиду кәакькәәуп. Акәакькәа аюбағ рзы аңәахәаиашабжа CD еицырзеиңшу гануп. Аңәахәаиаша АВ акны CAи, CBи ихе-ибартәауа цәахәаиашабжәқәуп, избанзар акәаң С аңәахәаиаша шыақәзыргыло акәаңкәа Ai Bi рыбжәара иқәуп, CAи CBи ирхыңдыртоуп.

2.1

(Сумма смежных углов равна 180°).

Иаххәап, $\angle(\alpha_1b)_{и} \angle(\alpha_2b)_{и.}$ еиду кәакькәоуп (шәахәңш асахьа 31). Ашәахәац b , акәакьейтцых шыақәзыргыло ацәахәиашабжақәа ирыбжьысуеит. Уи ала, урт $\angle(\alpha_1b)_{и} \angle(\alpha_2b)_{и}$ реицц180° иакароуп. Аңқапшаах шыақәыргәгәоуп.

1. Q – кэакь еикаразар, урт ырыду акэакькэагы еикароуп.

2. Акөакь еитцыху көакьымзар, уи градусшөарала 180° еитцуп.

(1. Если два угла равны, то смежные с ними углы равны.

2. Если угол не развёрнутый, то его градусная мера меньше 180°).

Аҳсабтәы (3). Ишәыпшаа ызаҕарақәу еиду акәакькәа, идырзар руак ынтә ишеихау егы ааста.

Ахсабра. Иаххэап, еицу акэакь ахышэара х иаҕароуп. Ускан еиҕау акэакь ахышэара $2x$ ҕалоит. Акэакьейцых акэакьшэарала 180° иаҕароуп. Уи ала, иаафыр алшоит: $x + 2x = 180$, $3x = 180$. $x = 60$. Абасала, хзышьтоу еиду акэакькэа 60° и 120° и ираҕароуп.

Акэакъ 90° икоу – **акэакъиаша** (прямой угол) ахъзуп. Еиду акэакъкэа реиццалыц иазку аѳкаѳшаах излахео ала, еиду акэакъкэа руак икэакъишазар, егы акэакъгы икэакъиашоуп.

Акэакъ зхышэара 90° еицу – **акэакъцдары** (*острый угол*) ахызуп. Акэакъ зхышэара 90° еихау, аха 180° еицу – **акэакъпагэа** (*тупой угол*) ахызуп.



Еиду акәакыкәә реиццалыц 180° иакароуп, уи ала, акәакыцары иаду акәакы - икәакыцагәәоуп, иаархәны, акәакыцагәә иаду акәакы икәакыцаруп. Асахыа 33 ағы иарбоуп акәакыкәә $x - x$ кык.



15. Еицну акәакыкәә (Вертикальные углы)

Ахәәакәәцара. Акәакыкәә юба **еицну рыхъзуп** (*вертикальные*), руак аганкәә егы аганкәә рзы ихазыртәаауа цәахәаиашабжакәазар.

Асахыа 34 акны иарбоуп еицну акәакыкәә $(\alpha_1 b_1)_и$, $(\alpha_2 b_2)_и$. Аюбатәи акәакы аганкәә α_2 , b_2 актәи акәакы аганкәә α_1 , b_1 хазыртәаауа цәахәаиашабжакәә рауп.

Аңқапшаах

2.2

Еицну акәакыкәә еикароуп.

(Вертикальные углы равны)

Ашьақәырғәғәара.

Иаххәап, ихәмоуп еицну акәакыкәә $(\alpha_1 b_1)_и$, $(\alpha_2 b_2)_и$. (шәахәапш асахыа 34).

Акәакы $(\alpha_1 b_2)$ иадуп акәакы $(\alpha_1 b_1)$, иара убас, акәакы $(\alpha_2 b_2)_и$. ААеа ганкахыала, еиду акәакыкәә реицца иазку аңқапшаах ала, акәакыкәә $(\alpha_1 b_1)_и$, $(\alpha_2 b_2)_и$ хаз - хазы акәакы $(\alpha_1 b_2)$ хадыртәаауит акәакыетцых (180°) акынза. Ус анакәа, акәакыкәә $(\alpha_1 b_1)_и$, $(\alpha_2 b_2)_и$ еикароуп. Аңқапшаах шыақәырғәғәоуп.

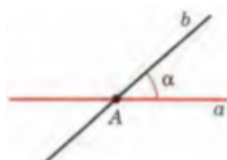
Ахәсабтәы (9). Еихцәао ацәахәаиашакәә юба ишьақәдыргыло акәакыкәә юба реицца 50° иакароуп, Ишьыпшаа урт акәакыкәә.

Отформатировано: По центру

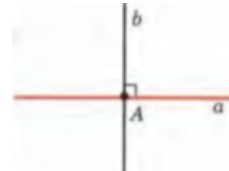
Ахасабра. Еихтѐо ацѐахѐаиашакѐа ѱба ишьакѐдыргыло акѐакькѐа ѱба - ѱбала, ма еиду, ма еипну рыла ршара алшоит (асахьа 35). Хзышьтѐоу акѐакькѐа еидкѐоу ракѐым, избанзар, реиццальтц 50° ауп изакѐроу. Ус анакѐха, урт акѐакькѐа еипну рауп. Еипну акѐакькѐа еикароуп, реиццальтц 50° иакѐроуп, уи ала, акѐакькѐа руак 25° иакѐроуп.



Асахьа 35



Асахьа 36



Асахьа 37

16 Еихагѐцѐу ацѐахѐаиашакѐа

(Перпендикулярные прямые)

Ацѐахѐаиашакѐа α и b акѐаџ А акны еихтѐоит (асахьа 36). Уи акѐаџ А ацѐахѐаиашакѐа ицѐахѐаиашабжакѐаны иашоит. Ацѐахѐаиашабжакѐа цѐахѐаиашак иатѐуи, егыи ацѐахѐа иатѐу ацѐахѐаиашабжакѐеи рыла ишьакѐдыргылоит цшь-кѐакьк.

(Ацѐахѐаиашакѐа ѱба реихтѐарстатѐ кѐаџ акны ишьакѐгылоит кѐакькѐа цшьба).

Иахѐап, акѐакь α урт ируакуп. Уи акѐакь α егырт акѐакькѐеи, ма еиаду, ма еипну рауп. Уи иаанагоит, иарбан кѐакьзаалак урт рахьтѐ акы кѐакьиашазар, ускан егырт акѐакькѐагыи кѐакьиашахоит. Ус еизыкоу ацѐахѐаиашакѐа рзын, **акѐакьиашала еихтѐо ацѐахѐаиашакѐа** хѐа рзырхѐоит, ачыда хьызгыи рымоуп. **Ахѐаакѐцага.** Ацѐахѐаиашакѐа ѱба кѐакьиашала еихтѐо - **еихагѐцѐу ацѐахѐаиашакѐа** (перпендикулярные прямые или взаимноперпендикулярные прямые) *рыхьзуп* (асахьа 37).

(Две прямые называются перпендикулярными, если они пересекаются под прямым углом).

Ацѐахѐаиашакѐа шеихагѐцѐу аѱыраѐ адырга « $\perp$ » ала иадырбит. Аѱыра $\alpha \perp b$ иапхѐоит абас: «ацѐахѐаиаша α ацѐахѐаиаша b иахагѐцѐуп» хѐа. (Иахѐарры алшоит, ацѐахѐаиашакѐа α и b еихагѐцѐуп хѐа).

Аџкаџшаах

2.3.

Ацѐахѐаиаша иатѐу кѐапцыгхьаза акны иахагѐцѐу ацѐахѐаиаша алдара алшоит, уи затѐыкуп.

(Через каждую точку прямой можно провести перпендикулярную ей прямую, и только один).

Ашьакѐыргѐѐара.

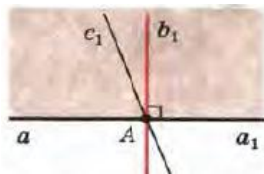
Иахѐап, ихамоуп ацѐахѐаиаша α акны акѐаџ А. α_1 ала иахарбаџ ацѐахѐаиашабжа, ихазыртѐаауа α , хьтцхьртас акѐаџ А змоу (асахьа 38). Ацѐахѐа-

иашабжа α_1 акынтө а́кыаңсрабжақа руак ахь иадхшөалап акөакь $(\alpha_1 b_1)$ 90° иа́кароу. Ускан ашөахөац b_1 зқәу ацөахөаиаша, ацөахөаиаша α иахагөцөхөит.

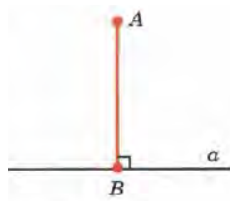
Иаххәап, и́коуп дәәа цөахөаиашак, уи акөаң А иалсуа ацөахөаиаша α иахагөцөны. Иазгөахтәп, уи ацөахөаиаша иқәу ашөахөац c_1 , ашөахөац b_1 ахьы́коу а́кыаңсрабжа ахь ала и́коуп хәа.

Акөакькөа $(\alpha_1 b_1)_и$, $(\alpha_1 c_1)_и$, хаз - хазы рыубагы 90° иа́карақөоуп, ашөахөац α_1 иашаз а́кыаңсрабжақа руак еицықәуп. Аха ацөахөаиашабжа α акынтө а́кыаңс-рабжак а́фы 90° иа́кароу көакьзатцөык ауп адшөалара зылшо. Абасала, и́казам дәәа цөахөаиашак акөаң А иалсуа, ацөахөаиаша α иахагөцөу.

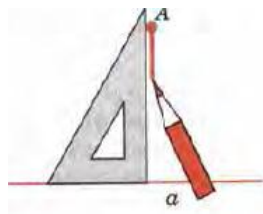
Аңқаңшаах шыақөыргөгөоуп.



Асахьа 38.



Асахьа 39 .



Асахьа 40.

Ахөаақөцага. Ацөахөаиаша ахцөаха, зынтцөамтәкөа руакы цөахөаиашак иатөу көаңк акны иахагөцөны и́коу, уи **ацөахөаиаша иахагөцөу** (перпендикуляром к прямой) ахьзуп.

Уи ахцөаха антцөамтәтө көаңк- **ахагөцөы ашьа́та** (основание перпендикуляра) ахьзуп.

Асахьа 39 а́фы акөаң А акынтөи ацөахөаиаша α ахь иалдоуп ахагөцөы АВ. Акөаң В ахагөцөы иашьа́тоуп. Ахагөцөы а́кацараз рхы иадырхөоит акөакьтыхга - икөакьиашоу ахкөакьта (асахьа 40).

17 А́агыларала ашьақөыргөгөара

(Доказательство от противного)

Аңқаңшаах 2.3 ашьақөыргөгөараз рхы иадырхөоит **а́агыларала ашьақөыргөгөара** (доказательство от противного) **захьзу**. А́агыларала ашьақөыргөгөара шыақөгылоуп ω –хө́такны: зны ишьақөыргөгөатөу а́цакы иа́фыгыло а́гөаанагра аларгалоит, нас уи алагала иашоуп хәа ашьақөыргөгөара моапыргоит. Уи ашьа-қөыргөгөара моапыргоит аңқаңцөакөи ишьақөыргөгөоу аңқаңшаахкөеи рыла. А́цыхөтөаны изызни́уа а́агыларала аанарцшыр, гөаанагарас иалагалөу иашазам, ииашоу ишьақөыргөгөатөыз аңқаңшаах иахөо а́цакы ауп хәа аанангоит.

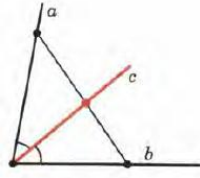
Ари и́хөоу а́цакы еилхаргап аңқаңшаах 2.3 ашьақөыргөгөарала. Аңқаңшаах 2.3 иахөот:- «ацөахөаиаша иатөу көаңцыпхьаза рыкны, уи иахагөцөу цөахөаиашазатцөык ауп залдара алшо» хәа. Гөаанагарас иалаагалап, «и́коуп дәәа цөахөаиашак, уи акөаң акны ацөахөаиаша иахагөцөны иалсуа» хәа. Ари ашьақөыргөгөара иаанарцшуеит, и́хамөу ацөахөаиашабжа акынтөи уи а́кыаңсрабжа́фы ω -

көакык, көакышөөарала 90° икоу рышакыргыларала алшоит хәа. Уи акөөакыккәа радшөөалара аңқаңцәа иағагылоит. Уи аңқаңцәа ала, «иарбан цәахәаиашабжа-заалак а́кыаңсрабжа икәу а́кны иалшоит аградусла иара иа́кароу акөөакызатцөык адшөөалара» хәа

18 Акөөакыеиошага (Абиссектриса)

Ахәаакәтцага¹. Акөөакыеиошага ахьзуп ашөөахәац, акөөакы ақөцәа иахылтцуа, аганкәа ирыбжыысуа, уи акөөакы еикараны изшо.

Асахьа 41 афы шөөара ижөбоит акөөакы (αb). Ашөөахәац с акөөакы ақөцәа иахылтцуеит, аганкәа ирыбжыысуеит, акөөакыгы еикараны иашоит



Асахьа 41.

Ахәасабтәы (17). Ишыакөшөыргәгәа акөөакыеиошага акөөакы аганкәа рыкны 90° еихәу акөөакы ашыакөыргыларала шалымшо.

Ахәасбра. Иарбан көакызаалак көакышөөарала 180° еихәзам. Ус акөзар, уи акөөакы абжа 90° еихәзам.

¹Хәпхьака ажәа «ахәаакәтцага» хәозом, уи ацынхөрас ихәаакәтцәтәу ажәа аңштөы еикәатцәала иалкааны иатцшыны иахарбалоит, иххәап, абас- акөөакыеиошага.

19 Икацәтәузеи агеометрия бзианы ацаразы

(Что надо сделать, чтобы успевать по геометрии)

Агеометрия ацараан пхьан изхысхьоу акы еилкаамзар, уи иахкыаны анаос иаларгало аилкаара залшазом. Иаагап афырцштөы. Иаххәап, имоаңгәтәуп еиңну акөөакыккәа реикарала иазку аңқаңшаах ашыакөыргәгәара. Уи ашыакөыргәгәаразы арцаоы ихы иаирхөит шөызхысхьоу, еиду акөөакыккәа захьзу ахәаакәтцагеи, еиду акөөакыккәа реиццальтц иазку аңқаңшаахи. Шөөара ишөзымдыруазар изахьзу еиду акөөакыккәа, ма аурт реиццальтц иазку аңқаңшаах, ускан арцаоы икаитцә ашыакөыргәгәара шөзеилкаазом. Уи иаанагоит, аурокаф баша шөыкан, ишөзымдыруаз еиду көакыккәа рказшьа иацлеит еиңну акөөакыккәа рказшьа заку азеилымкаара. Убас икамларц азы, ибзианы ишөдыруазароуп шөызхысхьоу ацакы хадакәа. Уи азы шөызхысхьоу, еи́ташөгәалашөышөөалароуп, урт ирызку апышөөаратә зцаара-кәа ртак акацарала.

Апышөөаратә зцааракәа рызниешьа абас икоуп. Азцаара шөапхьаны ацакы цкәа еилышөаароуп. Иа́тахызар, иаххәап, ихәаакәтцәтәуп агеометриатә цшына закәу,

уи геаныла аҕацара алшоит. Ибзиоуп уи аҕшына асахыа напылатеи аҕыхра кашәцар. Азцаараҕы аҕкапшаах, ма аҕкапцәа иалацәажәозар, икашәца уи ашыақәцара, игәнышәкыл уи аҕакы зызку. Икашәца аҕкапшаах аҕакы аазыршуа аҕыхымта. Аҕкапшаах ашыақәыргәҕара моапышәымгаргы калоит.

Аҕыц дыррақәа реилкаара шәанаҕу уи азы ишәыцшәырхраауа шәызхысхыоу аҕкарақәа ркынтәи цқәа ишәзымдыруа ыказар, хымҕада, еиҕагәашәтароуп.

(Аҕсуаа ражәа иалоуп «азцаара – пхашьаразам» хәа. Ишәзәлымкааз шәацәымпхашьакәа арцааы шәиазцааны еилышәкаала. А. Ч.).

Аҕышәаратә зцаарақәа.

1. Изахьзузеи еиду акәакьқәа?
2. Ишыақәшәыргәҕәа еиду акәакьқәа реиццалыц 180° ишакароу.
3. Ишыақәшәыргәҕәа ахәамта: « акәакьқәа җба еикаразар, ускан урт ырыду акәакьқәагы еикароуп».
4. Иарбан кәакьу изахьзу: акәакьиаша, акәакьцары, акәакьпагәа?
5. Ишыақәшәыргәҕәа ахәамта: «акәакьиаша иаду акәакь – кәакьиашоуп».
6. Иарбан кәакьқәоу еипну хәа изышьтоу?
7. Ишыақәшәыргәҕәа ахәамта: «еипну акәакьқәа еикароуп».
8. Ишыақәшәыргәҕәа ахәамта: «ацәахәаиашақәа җба реихцәарстаҕ кәакьиашак ыказар, егырт ахҕагы кәакьиашақәоуп».
9. Иарбан цәахәаиашақәоу еихагәцәу хәа изышьтоу? Иарбан дыргоу ацәахәаиашақәа шеихагәцәу хзырбо?
10. Ишыақәшәыргәҕәа ахәамта: «иарбан кәапкәазаалак ацәахәаиаша иатәу акны уи иахагәцәу цәахәазатцәык ауп иалсуа».
11. Изахьзузеи ацәахәаиаша ахагәцәы?
12. Ихәилшәыркаа, аҕагыларалатәи ашыақәыргәҕәара цакыс иамоу.
13. Изахьзузеи акәакьеиошага?
14. Иарбан геометриатә пшынарақәоу зпотретцыхкәа арбоу §2 акны. Иаашәга шәхатәи ҕырцштәкәа агеометриатә пшынарақәа ырызку.

Ахәабтәкәа

Ахәтач 14.

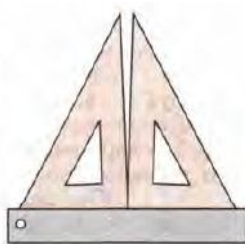
1. Ишәыпшаа акәакьқәа 30°, 45°, 60°, 90° ырыдқәоу акәакьқәа закарақәоу.
2. Изалшома еиду акәакьқәа рыобагы: 1) икәакьцарны; 2) икәакьпагәаны; 3) икәакьиашаны? Аҕак хәилшәыркаа.
3. Ишәыпшаа изакарақәоу еиду акәакьқәа, руак җынтә еихазар егыи ааста.
4. Ишәыпшаа еиду акәакьқәа, иказар: 1) руак 30° ала еиханы егыи ааста; 2) реигырга 40 ° иакараны. 3) руак хынтә еицны егыи ааста; 4) урт еикараны.
5. Иарбан кәакьқәоу асаат ахәақәа ырыбжыоу, иказар: 1) 6 саатк; 2) 3 саатк; 3) 4 саатк?
6. Ишәпшаа еиду акәакьқәа закарақәоу, идырзар урт градусшәарала реизыказаашыа: 1) 2:3; 2) 3:7; 3) 11:25; 4) 22:23 хәа ианыкоу.

Ахәтач 15

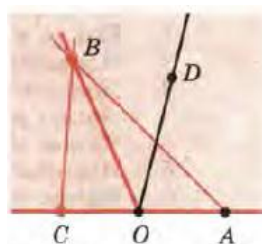
7. Ацәахәаиашакәа җба реихцәарстаҗы ишыакәгылаз кәакык 30° иакаразар, изакарақәоузеи егырт акәакыкәа?
8. Изакароузеи акәакы, уи иаду акәакыкәа җба реицалыц 100° иакаразар?
9. Еихцәо ацәахәаиашакәа җба ишақәдыргыло акәакыкәа җба реицә 50° иакароуп. Ишыыпшаа урт акәакыкәа.
10. Ацәахәаиашакәа реихцәарстаҗы ишыакәгылаз акәакыкәа руак пшынтә еихауп егыи ааста. Ишыыпшаа урт акәакыкәа?
11. Ацәахәаиашакәа реихцәарстаҗы ишыакәгылаз акәакыкәа руак 50° еицуп егыи ааста. Ишыыпшаа акәакыкәа.
12. Ишыыпшаа ацәахәаиашакәа реихцәарстаҗы ишыакәгыло акәакыкәа, идырзар урт рахытә х - кәакы реицалыц 270° ишакароу.

Ахәтач 16

13. Ишыакәшәыргәҗа, α – цәахәаиашак реихцәарстаҗы ишыакәгыло акәакыкәа пшыба рахытә хҗа еикаразар, ускан ацәахәаиашакәа шеихагәцәу.
14. Еилкаашыас иамоузеи ацәахәалдагала, акәакытыха иамоу акәакы икәакыиашоу икәакыиашаму (асахыа 42)



Асахыа 42.



Асахыа 43.

Ахәтач 18

15. Акәакы агани акәакыеиошагеи ирыбжьоу акәакы закароузеи, идырзар иара акәакы: 1) 30° ; 2) 52° ; 3) 172° ишакароу?
16. Ишыыпшаа изакароу акәакы, акәакыеиошагеи уи акәакы аганки ирыбжьыазар: 1) 60° ; 2) 75° ; 3) 89° ?
17. Ишыакәшәыргәҗа акәакыеиошага акәакы аганқәа ркны 90° еихау акәакы ашыакәыргыларә шалымшо.
18. Ишыакәшәыргәҗа ашәахәац акәакы ақәцәа иахылцуа, акәакы аганқәа рҗы еикароу акәакыцарқәа кәзцо, уи акәакыеиошага шакау.
19. Ишыыпшаа еиду акәакыкәа ркәакыеиошагақәа ирыбжьаку акәакы.
20. Ишыакәшәыргәҗа еипну акәакыкәа ркәакыеиошагақәа цәахәаиашак шакау.
21. Ишыыпшаа акәакыеиошагеи акәакы аганқәа руак зқәу ацәахәаиашеи ишыакәдыргыло акәакы, идырзар иара акәакы: 1) 50° ; 2) 90° ; 3) 150° ишакароу?

Ахәтач 19

22. Еиду акәакыкәа АОВи СОВи рықәцәа О иалсуа ашәахәац OD зқәу ақьацсрабжа ахы икоуп урт ирзеипшу аган ОВ (асахыа 43). Ишыакәшәыргәҗа ашәахәац OD ишеихнатәо ахцәаха АВ, ма ахцәаха ВС. Иарбан хцәахоу ашәахәац OD еихызцәо, иказар акәакы AOD еицны (еиханы) акәакы AOB ааста? Аҗак ҳаилшәыркаа.

23. Еипыху акэакь ($\alpha\alpha_1$) акэцэантэи кьацсрабжак ахь иалдоуп ашэахэацкэа $b_{и}$ $c_{и}$. Изакароузеи акэакь (bc), иказар: 1) $\angle(\alpha b) = 50^\circ$, $\angle(\alpha c) = 70^\circ$; 2) $\angle(\alpha_1 b) = 50^\circ$, $\angle(\alpha c) = 70^\circ$; 3) $\angle(\alpha b) = 60^\circ$, $\angle\alpha_1 c = 30^\circ$ иакараны?
24. Еипыху акэакь ($\alpha\alpha_1$) акэцэантэи кьацсрабжак ахь иалдоуп ашэахэацкэа $b_{и}$ $c_{и}$. Идыруп $\angle(\alpha b) = 60^\circ$, $\angle(\alpha c) = 30^\circ$. Ишэыпшаа акэакькэа ($\alpha_1 b$), ($\alpha_1 c$), (bc).
25. Ацэахэаиашабжа АВ азганк ахь икоу акьацсрабжае иарбоуп акэакькэа ВАС и ВAD. Ишэыпшаа акэакь CAD идырзар:
1). $\angle BAC = 80^\circ$, $\angle BAD = 170^\circ$; 2) $\angle BAC = 87^\circ$, $\angle BAD = 98^\circ$; 3) $\angle BAC = 140^\circ$, $\angle BAD = 30^\circ$; 4) $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle BAD = 70^\circ$.
26. Икоуп кэацк иахылцуа ашэахэацкэа хца α , b , c . Идыруп: $\angle(\alpha b) = \angle(\alpha c) = \angle(bc) = 120^\circ$. 1) Ибжысуама шэахэацкэа руак егырт ашэахэацкэа ишыакэдыргыло акэакь аганкэа? 2) Иазалшома ацэахэаиаша урт ашэахэацкэа рыхцагы рейхцэара? Атак хайлшэыркаа.

§ 3 Ахкэакьтакэа рейкарара аказшыачыдарпакэа (Признаки равенства треугольников).

20. Ахкэакьтакэа рейкарара актэи аказшыачыдара, ω – ганки урт ирыбжыаку акэакьи рыла.

(Первый признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними).

Ацкапшаах

3.1

Ахкэакьтак иатэу ω - ганки ирыбжыаку акэакьи аеа хкэакьтак иатэу урт ирышэашэалоу ω - ганки ирыбжыаку акэакьи иакарар, ускан урт ахкэакьтакэа еикароуп.

(Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны).

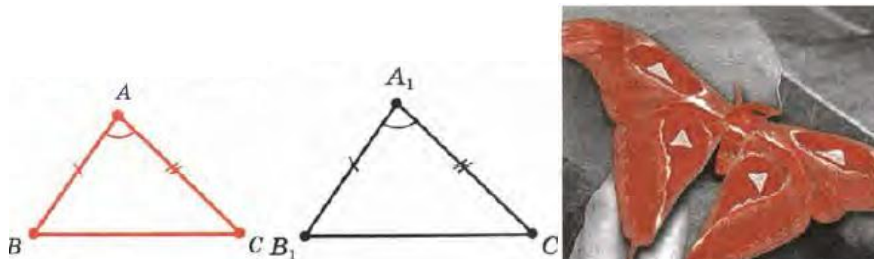
Ашыакэыргэцэара.

Иахцэап, ихамоуп ахкэакьтакэа $ABC_{и}$ $A_1B_1C_{1и}$, измоу $\angle A = \angle A$, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$. (асахьа 44). Ишыакэхаргэцэап ахкэакьтакэа шейкароу.

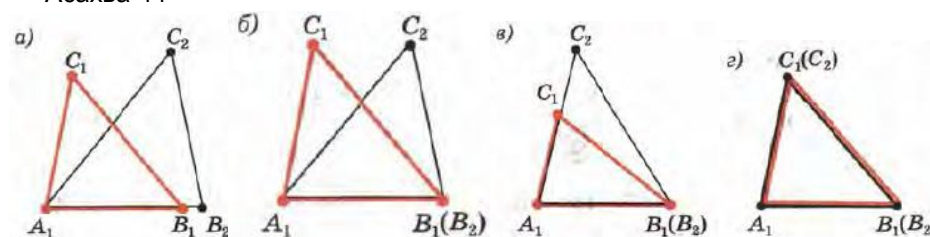
Иказааит ахкэакьта $A_1B_2C_2$ ахкэакьта ABC иакароу, зыкэцэа B_2 ашэахэац A_1B_1 акны икоу, егыи акэцэа C_2 уи акьацсрафы, аха ацэашэаиаша A_1B_1 азганк ахь, акэцэа C_1 ахьыкоу ала (асахьа 45, а). Ахцэахацкэа $A_1B_1 = A_1B_2$ уи ала, акэцэатэ кэацкэа $B_{1и}$, $B_{2и}$ еикэшэоит (асахьа 45, б). Ишаадыруа ала, $\angle A_1B_1C_1 = \angle B_2A_1C_2$, ус акэзар, ашэахэац A_1C_2 ашэахэац A_1C_1 иакэшэоит (асахьа 45, в). Ахцэаха A_1C_1 ахцэаха A_1C_2 иакароуп уи ала, акэцэатэ кэац C_2 акэцэатэ кэац C_1 иакэшэоит

(асахыа 45, г). Абасала, ахкэакыта $A_1B_1C_{1и}$ ахкэакыта $A_1B_2C_2$ иакэшэоит, уи иаанагоит: ахкэакытакэа $ABC_{и}$ $A_1B_1C_{1и}$ еикароуп.

Аҕақашаах шыақыргэҕэоуп.



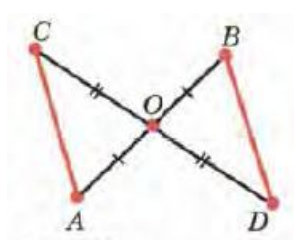
Асахыа 44



Асахыа 45.

Ахасабтэы (1). Ахцэахақэа $AB_{и}$ $CD_{и}$ рыгэтатэ қэағ (O) акны еихцэоит. Изакароузеи ахцэаха BD, ахцэаха AC 10 м иакаразар?

Ахасабра. Ахкэакытақэа рейкараара актэи аказшыацыдара ала, ахкэакэтэкаэа $AOC_{и}$ $BOD_{и}$ еикароуп (асахыа 46). Урт ркны акэакықэа $AOC_{и}$ $BOD_{и}$ еипну кэакықэоуп – еикароуп. Акэағ O ахцэахақэа $AB_{и}$ $CD_{и}$ рыгэтатэ кэапуп азын, ахцэахақэа $OA = OB$, $OC = OD$. Ахкэакытақэа $AOC_{и}$ $BOD_{и}$ еикароуп актэи аказшыацыдарала, уи акынтэ рганқэа $AC_{и}$ $BD_{и}$ еикароуп. Ахасабтэ ацакы ала $AC = 10$ м, уи ала, $BD = 10$ м.



Асахыа 46.



21 Аҕақапшаахкэа рышыақыргэҕэараан аҕақапцэақэа рхархэара.

(Использование аксиом при доказательстве теорем).

Ишахцэахыоу ала, аҕыц иалаагало аҕақапшаахкэа рышыақыргэҕэараз, ахар-хэара калоит аҕақапцэақэеи ишыақыргэҕэоу аҕақапшаахкэеи. Ахасабрақэа раан

ирыцдырхраауа аңқапцәкәа еихарак хпхьазаркәцарас ирымоу ацынхәрас рцакы ала ауп ишазгәартә (еитәхәарала). (Ара ашәкәакны урт рыхпхьазаркәцарала иар-боуп. А.Ч.). Ҷырштәыс иаагап, ахәакьтәкәа реикарара актәи аказшьацыдара иазку аңқапшаах (3. 1) ашьақәырғәғәшьа. Еитәилхаргап уи ашьақәырғәғәшьа шыафа – шыафала, ахархәара змоу аңқапцәкәа азгәаҭо.

Аңқапшаах ашьақәырғәғәара халагеит ахәамтә «иказааит ахкәакьтә $A_1B_2C_2$ ахкәакьтә ABC иакароу, зықәцәа B_2 ашәахәац A_1B_1 акны икоу, егы ақәцәа C_2 уи ақьапсхәтафы, аха ацәахәаиаша A_1B_1 азганк ахь ақәцәа C_1 ахыкоу ала». Ус икоу ахкәакьтә шыкоу азгәаҭоуп аңқапцәа VIII ала.

Анаос ишьақәырғәғәоуп ақәцәақәа $B_{1и}$ $B_{2и}$ шейкәшәо, ахцәахәақәа $A_1B_1 = A_1B_2$ хәа иахыкоу абзоурала. Ара ахархәара амоуп ахцәаха адшәалара иазку аңқапцәа (VI).

Анаос, ашәахәацкәа $A_1C_{2и}$ $A_1C_{1и}$ шейкәшәо шыақәырғәғәоуп $\angle A_1 B_1 C_1 = \angle B_2 A_1 C_2$ ала. Ара ахархәара амоуп ахәакькәа реиршәара иазку аңқапцәа (VII).

Ацыхәтәан, ишьақәырғәғәоуп ақәцәақәа $C_{1и}$ $C_{2и}$ реикәшәара ахцәахәақәа $A_1C_1 = A_1C_2$ абзоурала. Ара, еитә ахархәара амоуп аңқапцәа VI.

Иаабартә икоуп, аңқапшаах 3.1 ашьақәырғәғәара цәцгәыс иамоу зеггы аңқапцәкәа шракәу.

22 Ахкәакьтәкәа реикарара аобатәи аказшьацыдара – ганки уи иавоу акәакькәа өбеи рыла.

(Второй признак равенства треугольников по стороне и прилежащим к ней углам)

Аңқапшаах

3.2.

Ахкәакьтә иатәу ганки уи иавоу акәакькәа өбеи аәа ахкәакьтәк афы иашьашәалоу ганки уи иавоу акәакькәа өбеи иракаразар, усқан урт акхкәакьтәкәа еикароуп.

(Если сторона и прилежащие к ней углы одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны).

Ашьақәырғәғәара.

Иаххәап, икоуп ахкәакьтәкәа өба ABC и $A_1B_1C_{1и}$ измоу еикароу аганкәа $AB = A_1B_1$, еикароу акәакькәа $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ (асахьа 47). Ишьақәхарғәғәап ахкәакьтәкәа шейкароу.

Иказааит ахкәакьтә $A_1B_2C_2$ иакароу ахкәакьтә ABC, измоу ақәцәа B_2 ашәахәац A_1B_1 акны, егы ақәцәа C_2 , ацәахәаиаша A_1B_1 азганк ахь икоу ақьапсбжафы, ақәцәа C_1 ахыкоу ала.

Аикарара $A_1B_2 = A_1B_1$ ала, ақәцәа B_2 ақәцәа B_1 иакәшәоит. Иара убас, иахыкоу аикарарақәа $\angle B_1A_1C_2 = \angle B_1A_1C_1$, $\angle A_1B_1C_2 = \angle A_1B_1C_1$ рыбзоурала ашәахәац A_1C_2 ашәахәац A_1C_1 иакәшәоит, ашәахәац B_1C_2 ахәахәац B_1C_1 иакәшәоит. Араантә ихауеит, ақәцәа C_2 ақәцәа C_1 иакәшәоит хәа.

Абасала, ахкәакьта $A_1B_1C_1$ ахкәакьта $A_1B_2C_2$ иакәшәоит, ус акәзар $A_1B_1C_1$ ахкәакьта ABC иакәроуп.

Аққапшаах шыақырғәғәоуп.

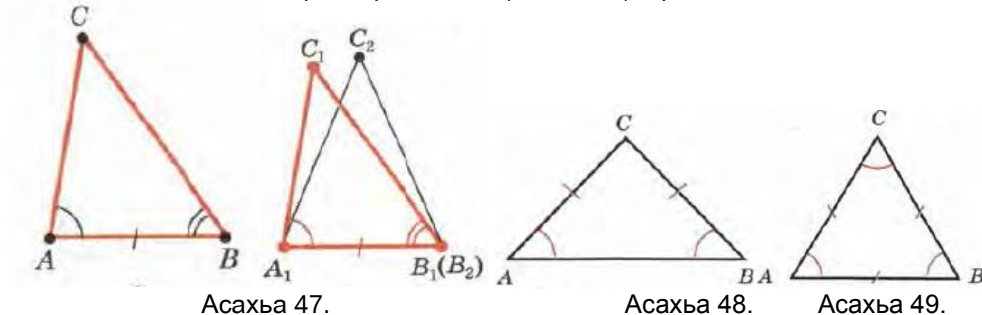
23 Зыварақәа ейкәроу ахкәакьтақәа

(Равнобедренный треугольник).

Авареикәра ахкәакьта ахызуп, зганқәа юба ейкәроу ахкәакьта. Урт ейкәроу аганқәа, ахкәакьта **аваратә ганқәа** (боковые стороны) хәагы рзырхәоит, егыи ахқатәи аган, ахкәакьта **ашьа́та** (основание) хәа.

Асахьа 48 ағы иарбоуп зыварақәа ейкәроу ахкәакьта ABC , измоу аварақәас AC и BC и, шытас AB .

Ишыақәхарғәғәап авареикәра ахкәакьта акәакьқәа рказшьа.



Асахьа 47.

Асахьа 48.

Асахьа 49.

Аққапшаах

3.3

Зыварақәа ейкәроу ахкәакьта ашьа́та иавоу акәакьқәа ейкәроуп.

(В равнобедренном треугольнике углы при основании равны).

Ашыақырғәғәара.

Иаххәап, ахкәакьта ABC зыварақәа ейкәроу шытас AB змоу ауп хәа (асакьа 48). Ишыақәхарғәғәап, уи акны ишыкоу $\angle A = \angle B$ хәа.

Ахкәакьта CAB ахкәакьта CBA иакәроуп ахкәакьтақәа рекара арактәи ачыдаказшьарала. Ииашатқәканы, $CA = CB$, $CB = CA$, $\angle C = \angle C$ хәа икоуп. Ахкәакьтақәа реикара ала, ихауеит $\angle A = \angle B$ хәа.

Аққапшаах шыақырғәғәоуп.

Ахкәакьта зганқәа зегьы ейкәроу – **иганейкәроу ахкәакьта** ахызуп.

Ахасабтәы (12). Ишыақәшәырғәғәа, иганейкәроу ахкәакьтаф акәакьқәа зегьы шейкәроу.

Ахасабра. Ахкәакьта ABC иганейкәроу ахкәакьта акәзаит: $AB = BC = CA$ (асакьа 49). Ус акәзар, зываратә ганқәа $AB = BC$ уи авареикәра ахкәакьта шытас AB змоу ауп. Аққапшаах 3.3 ала, $\angle C = \angle A = \angle B$, ахкәакьта акәакьқәа зегьы ейкәроуп.

24 Иаархәу аҥқапшаах

(Обратная теорема).

Ишьяқәҳаргәгәап ахкәакьта аварейкара закәу аазырқшуа аҳәамта:

Аҥқапшаах

3.4

Ахкәакьтаҕы 0-кәакьк еикаразар, уи аварейкара ахкәакьта ауп.

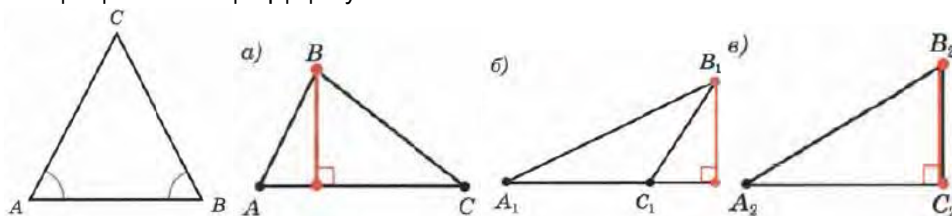
(Если в треугольнике два угла равны, то такой треугольник равнобедренный).

Ашьяқәырғәгәара.

Иаххәап, ахкәакьта ABC акны $\angle A = \angle B$ хәа икоуп (асахьа 50). Ишьяқәҳаргәгәап, уи шыатас AB змоу зыварақәа еикароу ахкәакьта шакәу.

Ахкәакьта ABC ахкәакьта BAC иакароуп, ахкәакьтақәа реикарара аобатәи аказшыақыдарала. Ииашатқаны, $AB = BA$, $\angle B = \angle A$, $\angle A = \angle B$. Ахкәакьтақәа реикарара акынтә $AC = BC$. Уи излақәаакәнацоу ала, ахкәакьта ABC иганеикароу ахкәакьта ауп.

Аҥқапшаах шыақәырғәгәоуп.



Асахьа 49.

Асахьа 50.

Аҥқапшаах 3.4 **иаархәу (обратная)** аҥқапшаах ахьзуп. Ицабыргны, аҥқапшаах 3.3 ахыркәшараан иалкаан қәцарас икацоу – **ақәнаца (заклучение)** ахьзуп. Аҥқапшаах 3.4 зызку иамоу атцакы зхәо – **азыххәаа (условие)** ахьзуп. Иаархәны, аҥқапшаах 3.4 злахыркәшоу ақәнаца, уи аҥқапшаах 3.3 азыххәаа ауп. Аҥқапшаахқәа зегы ирымазам зцакы иашаны икоу ирзаархәу аҥқапшаахқәа. Ҷырқштәыс иаагап, еиду акәакьқәа ирызку аҥқапшаах. Иказар иазаархәу аҥқапшаах уи абас икалон: акәакьқәа аба еикаразар - урт еиду кәакьқәоуп хәа. Хәарада, ари аҳәамта ақәнаца (ахыркәшага) иашазам. Еикароу акәакьқәа еидымзаргыы алшоит.

Аҳасабтәы (16). Ишьяқәшәца иагышыақәшәырғәгәа аҥқапшаах аҳасабтә 12 ақәнаца (излахыркәшоу) иазаархәу.

Аҳасабра. Аҳасабтәы 12 азыххәаа (условие) ала - ахкәакьта иганеикароуп, ақәнаца, уи ахкәакьта акәакьқәа зегы еикароуп. Ари иазаархәу аҥқапшаах ашьяқәцара алшоит абас: **ахкәакьқәта акәакьқәа зегы еикаразар, уи иганеикароу хкәакьтоуп.**

Ишьяқәҳаргәгәап ари аҥқапшаах. Иаххәап, ахкәакьта ABC икәакьеикароуп $\angle A = \angle B = \angle C$. Ахкәакьтаҕы иказар $\angle A = \angle B$ хәа, ускан аҥқапшаах 3.4 ахархәара алшоит, иагыҳәуеит $AC = CB$ хәа. Иара убас, аикарара $\angle B = \angle C$, аҥқапшаах 3.4 ала $AC = AB$ хәа икалоит. Абасала, $AB = AC = CB$, ахкәакьта аганқәа зегы еикароуп. Ахкәакьта закәу аҳәаақәцага ала, ахкәакьта ABC икәакьеикароуп.

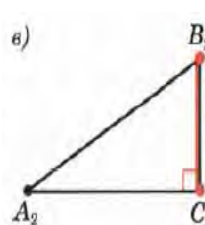
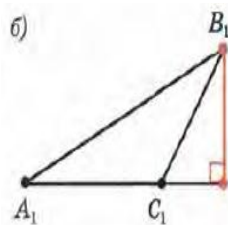
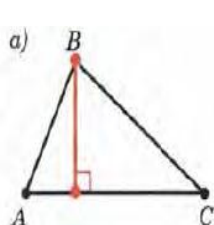
25 Ахкәакъта аҳаракыра, акәакъеиошага, агәтылс

(Высота, биссектриса и медиана треугольника).

Ахкәакъта аҳаракыра ахъзуп, иалкаау қәцәак аҕынтә, уи ақәцәтә кәакъ эәаңшуа аган зқәу ацәаҳәаиашанза инашьту ахагәцәы.

(Высотой треугольника, опущенной из данной вершины, называется перпендикуляр, проведенный из этой вершины к прямой, которая содержит противоположащую сторону треугольника).

Асахъа 51 аҕны шәара ижәбоит х-хкәакътак, зықәцәтә кәаңқәа B , B_1 , B_2 , ркынтәи инашьту аҳаркырақәа. Асаха 51, а аҕны инашьту аҳаракыра ахкәакътафәы ашьаәтә ган иақәшәоит. Асаха 51, б аҕны илашьту аҳаракыра уи ахкәакъта ашьаәтә ган иахаццу иақәшәоит. Асаха 51, в аҕны илашьту аҳаракыра, ахкәакъта ақәцәтә кәаң C_2 иақәшәоит.



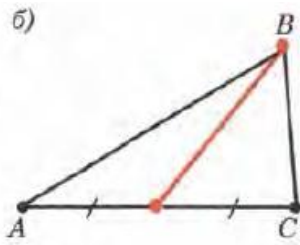
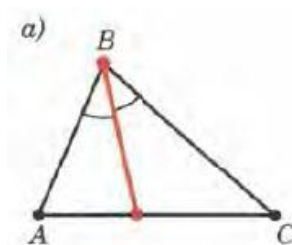
Асахъа 51.

Ахкәакъта акәакъеиошага ахъзуп иалкаау қәцәак аҕынтәи уи акәакъ эәаңшуа (иаәаңшуа) аган зқәу ацәаҳәаиашанза инашьту акәакъеиошага ахцәаха (асахъа 52,а).

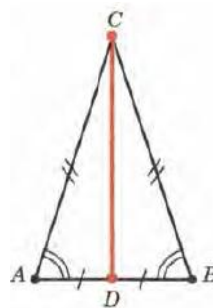
(Биссектрисой треугольника, проведенной из данной вершины, называется отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий эту вершину с точкой на противоположащей стороне)

Ахкәакъта агәтылс ахъзуп иалкаау қәцәак аҕынтә, уи эәаңшуа (иаәаңшуа) аган агәтанза инашьту ахцәаха (асахъа 52,б).

(Медианой треугольника проведенной из данной вершины, называется отрезок прямой, соединяющий эту вершину со средней точкой на противоположащей стороне)



Асахъа 52.



Асахъа 53.

3.5

27 Ахкөөкытәкәа рейкарара ахцатәи аказшычыдара, х- ган рейкарала.

(Третий признак равенства треугольников по трём сторонам).

Аңқапшаах

3.6

Хкөөкытәкәа иатәу х-ганк егыи акөөкытәфы ирышашәалоу аганкәа иракарар, ускан урт ахкөөкытәкәа еикароуп.

(Если три стороны одного треугольника равны соответственно трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны).

Ашыақыргәғәара.

Иаххәап, икоуп ахкөөкытәкәа оба ABC и $A_1B_1C_1$ измоу $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ (асахьа 55). Ишыақыргәғәап ахкөөкытәкәа рейкарара. Иаххәап, ахкөөкытәкәа еикаразам. Ускан, иказар ауп: $\angle A \neq \angle A_1$, $\angle B \neq \angle B_1$, $\angle C \neq \angle C_1$ хәа. Мамзар, акөөкыкәа еикаразар, актәи аказшычыдарала ахкөөкытәкәа еикарахоит.

Иказааит ахкөөкытә $A_1B_1C_2$ иакароу ахкөөкытә ABC , зыкәцәатә кәаң C_2 акьаңс-рабжа акәаң C_1 зкәу, ацәахәаиша A_1B_1 азганк ахь ала иканы (шәахәаңш асахьа 55).

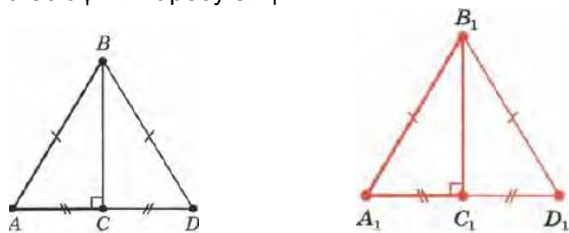
Иаххәап, акәап D ахцәаха C_1C_2 агәтәтә кәаң ауп хәа. Ускан, ахкөөкытәкәа $A_1C_1C_2$, $B_1C_1C_2$ зываракәа иеикароу, шыатәк C_1C_2 еицызмоу ахкөөкытәкәа роуп. Ус акәзар, урт рыгәтылскәа A_1D и B_1D ахкөөкытәкәа харакыракәас ирымоуп. Уи иаанагоит, ацәахәаиашакәа A_1D и B_1D цәахәаиашак еицахагәцәуп.

Ацәахәаиашакәа A_1D и B_1D еикәшәазом, избанзар акәаңкәа A_1 , B_1 , D цәахәаиашак иатәзам. Ишдыру ала, (аңқапшаах 2.3.) цәахәаиашак иатәу кәаңкәафы хагәцәыс цәахәаиашазәцәык ауп икоу. Аиғагылара кәалейт. Ииашоу ишыақыргәғәоз иазаархәу ауп.

Аңқапшаах шыақыргәғәоуп.

Ахәсабтә (29). Ахкөөкытәкәа ABC и $A_1B_1C_1$ и ркны: $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$. Ишыақыргәғәатәуп ахкөөкытә ABC ишакароу ахкөөкытә $A_1B_1C_1$.

Ахәсабра. Иаххәап, ихамоуп ахкөөкытәкәа ABC и $A_1B_1C_1$ и (асахьа 56). Еибәхтәп ахкөөкытәкәа CBD ахкөөкытә CBA иакароу, иара убас, $C_1D_1B_1$ и $C_1B_1A_1$ иакароу, асахьа 56 афы ишарбоу еиңш.



Асахьа 56.

Ахкөөкытәкәа ABD и $A_1B_1D_1$ иакароуп ахцатәи аказшычыдарала. Урт ркын $AB = A_1B_1$ ахәсабтәи излахәо ала. Иара убас: $AD = A_1D_1$, $AC = A_1C_1$; $BD = B_1D_1$, избанзар, $BD = AB$, $B_1D_1 = A_1B_1$. Азыххәааа ала, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, ишышыақыргәгылаз ала, $\angle A = \angle A_1$. Абасала, актәи аказшычыдарала ахкөөкытәкәа ABC и $A_1B_1C_1$ и еикароуп.

28. Арцага ашәкәы ала аґазыкацашьа
(Как подготовиться по учебнику самостоятельно).

Иаххәап, изыхкьазаалакгы уроккәак шәрыкәымшәеит. Урт ауроккәа шәхала ишәцар акәхоит арцага шәкәыла. Ускан, шәзыпхьаз ацакы бзианы еилышәка-анза, иашьтәнеиуа ахь аиасра лцшәадахар алшоит. Иазгәахтәп ґырпштәык – ахкәакьтақәа реикарара ахпәтәи аказшьацыдара аилкаара ишазнеитәу. Хәпхьап уи арцага шәкәы ишану:

«Хкәакьтак иатәу х-ганк егы акәакьтаґы урт ирышьашәалоу х-ганк иракаразар...»

Ари ахәоу ацакы аилкаараз ижәдыруазароуп изахьзу: ахкәакьта, акәакьта аганкәа, аганкәа реикарара. Урт зегы шәызхьсхьоу роуп, ишәдыруеит азы, ахәамта ацакы еилышәкааоит. Анаос хәпхьоит:

«....урт ахкәакьтақәа еикароуп».

Ари ацакы аилкааразы шәара ижәдыруазар ауп ахкәакьтақәа реикарара захьзу. Уигы шәахьсхьеит, ижәдыруеит хәа ипхьазоуп. Абасала, апкапшаах ацакы еилкаауп.

Еилхәргап ашьақәырғәғәашьа.

«Иаххәап, икоуп ахкәакьтақәа џба ABCи $A_1B_1C_1$, измоу $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ (асахьа 55). Ахкәакәакьтақәа реикарара шыақәырғәғәатәуп»

Ара зегы еилкаауп. Зны иалыркаауеит (икоу, ихамоу) ахкәакьтақәа рзын апкапшаах азыххәаа ацакы моапызго, нас иарбан зейкараша шыақәырғәғәатәу.

«Иаххәап, ахкәакьтақәа еикаразам».

Ишәбоит, икацоуп аґәаанагара, ишьақәырғәғәоу апкапшаах ақәнаца иаґагыло. Уи ашьақәырғәғәараан иаґагылара хэзнеир апкапшаах иашоуп (аґагыларатә шыақәырғәғәашьа захьзу убри азоуп).

«Ускан, урт ркын иказар ауп: $\angle A \neq \angle A_1$, $\angle B \neq \angle B_1$, $\angle C \neq \angle C_1$. Мамзар, актәи ачыдаказшьарала акәакькәа еикарахоит».

Ишәгәалашәыршәа ахкәакьтақәа реикарара актәи аказшьацыдара. Икахцажз алагалала абарт ихамоу акәакькәа $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$ рахьтә иарбан еикаразарак акы калар, ускан ахкәакьтақәа ABCи $A_1B_1C_1$ и еикарахоит, уи гәаанагарас икахцаз иаґагылоит.

«Иказааит ахкәакьта $A_1B_1C_2$, ахкәакьта ABC иакараны, зыкәцәа C_2 акәап C_1 зқәу акапсрабжа акны икоу, ацәахәаиша A_1B_1 азганк ахь ала (шәахәапш асахьа 55)».

Араагь зегы еилкаауп. Иазгәахтәп, ахәоу ажәа «иказааит» ала иалагоит ахкәакьтақәа реикарара актәии аобатәии аказшьацыдарақәа рышьақәырғәғәара.

« Иказааит, акәап D ахцәаха C_1C_2 иагәтәтә кәапны».

Шәара ижәдыруеит ахцәаха агәта закәу.

«Ахкәакьтақәа $A_1C_1C_2$ и, зыварақәа иеикароу, шыақәа C_1C_2 еицызмоу хкәакьта-қәоуп».

Ари ахәамта ацакы аилкааразы идырзароуп аварейкара ахкәакьта закәуи, уи ашьага хәа изышьтоуи.

«Ус акәзар, урт рыгәтылсқәа A_1D и B_1D и ахкәакьтақәа ираҳаракырақәоуп».

Ари ацакгы еилкаауп, шәара ижәдыруеит ахкәакьта аҳаракыреи агәтылси захьзу, иара убас аварейкара агәтылс аказшьагы.

«Уи иаанагоит, ацәахәаиашакәа A_1D_1 B_1D_1 ацәахәаиаша C_1C_2 еицахагәцәуп».

Еилкаауп ихәоу ацакы.

«Ацәахәаиашакәа A_1D_1 B_1D_1 еикәшәазом, избанзар акәапкә A_1 , B_1 , D цәахәаиашак икәзам».

Еилкаауп. Акәап D ацәахәаиаша A_1B_1 иатәызар, ускан акәапкә $C_{1и}$ $C_{2и}$ ацәахәаиаша A_1B_1 иафнырпшны ихаз - хазу акәацсрабжакәа ркны икалоит.

«Цәахәаиашак C_1C_2 иатәу кәапк D афы, уи ацәахәаиаша иахагәцәу цәахәаиашацәык ауп залдара алшо».

Еилкаауп. Ус икоу аңкапшаах шәдыруеит.

Аиәагылара каләит. Зышьакәырғәғәара моәпаагоз иазаархәу аңкапшаах ауп ииашоу.

Аңкапшаах шыкәырғәғәоуп.

Аңышәаратә зцааракәа

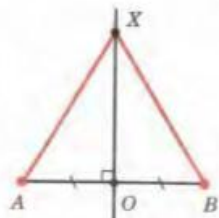
1. Ишьакәшәырғәғә ахкәакьтакәа реикара актәи аказшьагыдара. Иарбан аңкапцәакәоу аңкапшаах 3.1 ишьакәырғәғәараз ахархәара змоу ?
2. Ишьакәшәцә иагышьакәшәырғәғә, ахкәакьтакәа реикара аобатәиә казшьагыдара.
3. Иарбан хкәакьтоу аварейкара ахкәакьта захьзу ? Иарбан ганкәоу авараеикара ахкәакьта аваратә ганкәа хәа изышьтоу? Иарбан гану авараеикара ахкәакьта ашьагә хәа изышьтоу?
4. Ишьакәшәырғәғә, аварейкара ахкәакьта ашьагә иаду акәакькәа реикара.
5. Иарбан хкәакьтоу иганекароу ахкәакьта захьзу ?
6. Ишьакәшәырғәғә ахкәакьтафы ω - кәакьк еикаразар, уи аварейкара ахкәакьта шакәу.
7. Ихәилшәыркаа иаархәу аңкапшаах захьзу. Иаажәга афырпштәкәа. Ирымоума аңкапшаахкәа зегы ирзаархәу аңкапшаахкәа?
8. Изахьзузеи ахкәакьта аҳаракыра ?
9. Изахьзузеи ахкәакьта акәакьеиошага ?
10. Изахьзузеи ахкәакьта агәтылс ?
11. Ишьакәшәырғәғә аварейкара ахкәакьтафы ақәцәантә ашьагәхь инашьту агәтылс иагышкәакьеиошагоу, иагышыҳаракыроу.
12. Ишьакәшәырғәғә ахкәакьтакәа реикара ахцәтәи аказшьагыдара.
13. Иарбан геометриатә цшынракәоу изтәу афотосахьакәа §3 акны иарбақәоу? Иаашәга шәара шәфырпштәкәа.

Аҳасабтәкәа

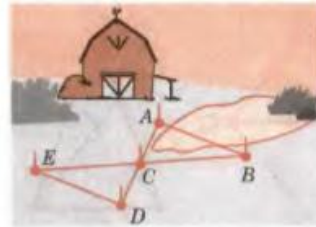
Ахәтач 20

1. Ахцәахакәа $AB_{и}$ $CD_{и}$ рыгәтәкәатә кәап O акны еихцәоит. Изакароузеи ахцәаха BD , ахцәаха AC 10 м иакаразар?

2. Ахцәаха АВ агәтәтә акәаң О акны иалдоуп иахагәцәу ацәахәиаша (асахьа 57). Ишьақәшәыргәгәа, уи ахагәцәы иатәу иарбан кәаңзаалак акәаңкәа Аи Ви еикараны ишрыдгоу.



Асахьа 57.



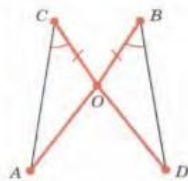
асахьа 58.

3. Ахкәакьта ABC аган АВ акны игоуп акәаң D. Иара убас, егыи ахкәакьта $A_1B_1C_{11}$ акынгы - акәаң D_1 . Идыруп ишейкароу ахкәакьтакәа ABCи $A_1B_1C_{1и}$, иртәу ахцәахақәа $DB_{и}$ $D_1B_{1и}$. Ишьақәшәыргәгәа ахкәакьтакәа ABCи $A_1B_1C_{1и}$ шейкароу.

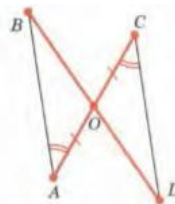
4. Акәаңкәа џба Аи Ви зыбжьара анеиырта змам, ирыбжьоу ашәаразы иалырхоит акәаң С зкынт акәаңкәа Аи Ви иубартәы, унеиратәгыи икоу (асахьа 58). Иршәоит САи СВи иыбжьоу аурақәа, анеџс акәаң С акынтә урт ахцәахақәа роурақәа ракара рыцырцоит $CD = AC$, $CE = CB$. Ускан ишьақәгыло ахцәаха ED хзышьтоу аура иакарахоит. Иҳаилшәыркаа уи шиашоу.

Ахәтаң 22.

5. Ахцәахақәа АВи CDи акәаң О акны еихцәоит (асахьа 59). Ишьақәшәыргәгәа ахкәакьтакәа АСОи DBOи рейкара, идырзар акәакь АСО акәакь DBO иакараны, $BO = CO$ хәа ишыкоу.

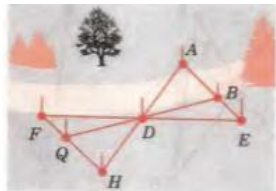


Асахьа 59

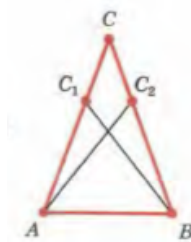


Асахьа 60

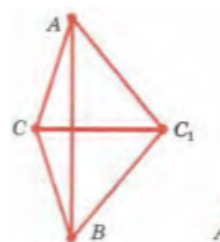
7. Акәаңкәа џба Аи Ви рахьтә акы (А) акынза азнеира залшом (асахьа 61). Ирыбжьоу ашәаразы ахцәаха АВ иацырцоит, нас уи иадыршәалоит изакаразаалак хцәахак BE. Атыңағы иалырхуеит кәаңк D зкынтә акәаң А убартә икоу, уи адагы, акәаңкәа Ви Еи ркынза унератә икақәоу. Иалырдоит ацәахәиашақәа BDQi EDFи, урт ирыдыршәалоит $FD = DE$, $DQ = DB$. Анаџс, ацәахәиаша FQ иқәланы ацәахәа AD иахақәшәо акәаң Н акынза инеиуеит. Ускан ацәахәа HQ хзышьтоу ВА аура иакарахоит. Ишьақәшәыргәгәа урт рейкара.



Асахъа 61.



Асахъа 62.



Асахъа 63.

Ахѣтач 23

8. Авареикара ахкѣакъта акѣыршашѣара (ахкѣакъта аганкѣа роуракѣ реццалытц - апериметр) 1 м иакаркуп, ашьаѣа аура 0,4 м. Ишьѣпшаа уи авара закаркуп.
9. Авареикара ахкѣакъта акѣыршаура 7,5 м иакаркуп, авара аган аура 2 м. Ишьѣпшаа уи ашьаѣа аура закаркуп.
10. Авареикара ахкѣакъта акѣыршашѣара 15,6 м иакаркуп. Ишьѣпшаа уи аганкѣа роуракѣа, идьрзар ашьаѣа: 1) 3 м рыла ишеитцу авара аура ааста; 2) 3 м рыла ишеихау авара аура ааста.
11. Ишьақѣшѣыргѣгѣа, аганеикара ахкѣакътаѣы акѣакъкѣа зегъы шейкароу.
12. Авареикара ахкѣакъта ABC шьаѣас AB змоу, ақѣцѣатѣ кѣакъ C акынтѣ аган CA иадшѣалоуп ахѣѣаха CA₁, аган CB иадшѣалоуп ахѣѣаха CB₁. Ишьақѣшѣыргѣгѣа, ишеикароу ахкѣакътакѣа: 1) CAB_{1и}, CBA_{1и}; 2) ABB_{1и}, BAA_{1и}.
13. Авареикара ахкѣакъта ABC ашьаѣа AB акны икоуп акѣапкѣа A_{1и}, B_{1и}. Идыруп AB₁ = BA₁. Ишьақѣшѣыргѣгѣа ахкѣакътакѣа AB₁C_и BA₁C_и шейкароу.
14. Ахкѣакътакѣа ACC_{1и}, BCC_{1и} еикароуп. Урт рықѣцѣакѣа Ai Bi ацѣахѣаиаша CC₁ нак – актѣи аганкѣа рыла икоуп. Ишьақѣшѣыргѣгѣа ахкѣакътакѣа ABC_и, ABC_{1и} шейкароу.

Ахѣтач 24

15. Ишьақѣшѣѣа иагышьақѣшѣыргѣгѣа ахѣабѣтѣ 11 (ашѣкѣы иануп 12 хѣа. А. Ч.) ишьақѣнаргыло аѣқапшаах иазаархѣу.
16. Ахкѣакъта ABC аганкѣа AC_и, BC_и ркын иарбоуп акѣапкѣа C_{1и}, C_{2и}, Ишьақѣшѣыргѣгѣа, ахкѣакътакѣа ABC авареикара ахкѣакъта шакѣу, еикаразар ахкѣакътакѣа ABC_{1и}, ABC_{2и} (асакъа 63).
17. 1). Ишьақѣшѣыргѣгѣа авареикара ахкѣакъта аганкѣа рыгѣѣа, авареикара ахкѣакътак ишырқѣцѣакѣу.
- 2). Ишьақѣшѣыргѣгѣа аганеикара ахкѣакъта аганкѣа рыгѣѣа, аганеикара ахкѣакъта рықѣцѣакѣа шракѣу.

Ахѣтач 25

18. 1). Ахкѣакъта акѣакъцаркѣа змоу тышѣх. Ацѣахѣалдагеи акѣакътыхгеи шѣы-цырхрааны иалыжѣа ахѣракыракѣа. Еитѣакашѣѣа уи аѣыза атыхра икѣакъѣагѣу ахкѣакътазы.
- 2). Итышѣх ахкѣакъта. Ацѣахѣалдагеи акѣакътыхгеи шѣыцырхрааны иалыжѣа акѣакъеиошагакѣа. Еитѣакашѣѣа уи аѣыза атыхра икѣакъѣагѣу ахкѣакътазы.

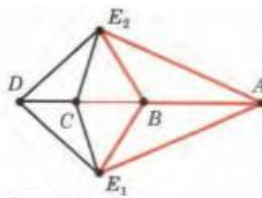
Ахәтәч 26.

20. Ишыақшәыргәгәә ейкароу ахкәакьтақәә АВСи $A_1B_1C_1$ и ркны ишейкароу: 1) ақәәкәә A_{ii} , A_{1ii} ркынтәи иалдоу агәтылсқәә; 2) ақәәкәә A_{ii} , A_{1ii} ркынтә иалдоу ақәакьейошагақәә.

22. Ишьяқшәыргәғә ахкәакьтақәа реиқарара акәакь, акәакьеиошагеи, уи акәакь иаду агани реиқарарала.

24. Ишыақшәыргәға ахкәакьта ABC аварейкара ахкәакьта шакәу, иказар: 1) агәтыл BD иагыаҳаракыраны; 2) аҳаракыра BD иагыкәакьеиошаганы; 3) акәакьеиошага BD иагыгәтлысаны.

Асахъа 64



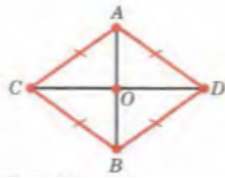
Асахья 65

27. Ишьякәшәырғәға аварейкара ахкаакъта акәакъеиошага, ашъага зәақшуа акәакъ ақәәантә иалдоу, уи ахкәакъта ишаҳарақыроу иагъшыгәтылсу.

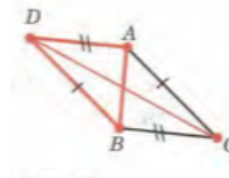
Ахәтәч 27

30. Аварейкара ахкәакътақәа $ABC_{и}$, $ABC_{1и}$ азеипш шыатас AB рымоуп. Ишыақә-шәыргәгәа, ахкәакътақәа $ACC_{и}$, $BCC_{1и}$ шейкароу.

31. Акөаңқаа A, B, C, D цөахөаишак икөуп. Ишьақөшөыргөғөа ахкөакьтақөа $ABE_{1и}$ $ABE_{2и}$ еикаразар, ускан ахкөакьтақөагы $CD E_{1и}, CDE_{2и}$ шейкароу (асахьа 65).



Асахьа 66



Асахьа 67

32. $\square$ - хцөахак $AB_{и}, CD_{и}$ еихцөоит рыгөтақөа иртөу акөаң O акны.

Ишьақөшөыргөғөа ахкөакьтақөа $ACD_{и}, BCD_{и}$ шейкароу.

33. Ишьақөшөыргөғөа ахкөакьтақөа рейкара $\square$ - ганки, урт руак ахь инашьту агөтылси рейкара ала.

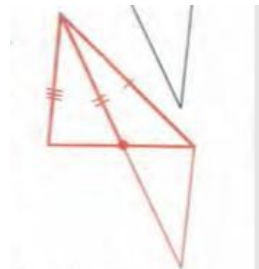
34. Ахцөахақөа $AB_{и}, CD_{и}$ еихцөоит. Ишьақөшөыргөғөа, ахцөахақөа AC, CB, BD, AD еикаразар, ускан ашөахөац AB акөакь ACD ишеиөшагоу, егыи ашөахөац CD акөакь ACB ишеиөшагоу (асахьа 66).

35. Ишьақөшөыргөғөа ахсабтө 34 ағы иарбоу ацөахөаиашақөа $AB_{и} CD_{и}$ шейагөцөу.

36. Ахкөакьтақөа $AB_{и} DC_{и}$ и еикаороуп. Акөаңқаа AB, DC ацөахөаиаша AB иафөныцшыны ихаз - хазу аганқөа рахь ала икоуп (асахьа 67). Ишьақөшөыргөғөа: 1) ахкөакьтақөа $AB_{и} DC_{и}$ шейкароу. 2) Ацөахөаиаша CD ахцөаха AB еикараны ишашо.

37. Еикароу ахцөахақөа $AB_{и}, DC_{и}$ еихцөоит акөаң O акны $AO = OD$ хөа икалартө. Ишьақөшөыргөғөа ахкөакьта ABC ахкөакьта DCB ишакароу.

38. Ишьақөшөыргөғөа ахкөакьтақөа рейкара $\square$ - ганки уи ақөцөантө иалдоу агөтылси рыла (асахьа 68).



Асахьа 68.

39. Ишьақөшөыргөғөа ахкөакьтақөа рейкара, агөтылси, агөтылс иашо ахкөакьта акөакькөеи рыла.

40. Ишьақөшөыргөғөа ахкөакьтақөа рейкара ганки, уи аганахь инашьту агөтылс ишьақөнаргыло акөакькөеи рыла.

§4 Ахкөөкътә акөөкькәа реицта

(Сумма углов треугольника)

29 Ацәәхәаиашакәа реицтәарра

(Параллельность прямых)

Аңқапшаах

4.1

Ө-цәәхәаиашак, ахцатәи иацтәаркәоу, даргыи еицтәаруп.

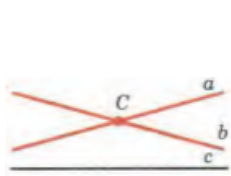
(Две прямые параллельные третьей, параллельны).

Ашьякәыргәгәара.

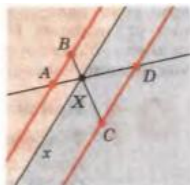
Ацәәхәаиашакәа **a** **b** (*а́кьапсра́ры*) ацәәхәаиаша **c** иацтәаруп, аха, иаххәап, дара еицтәарзам хәа (асахьа 69). Ускан, урт цыара кәапк **c** акны ехцәозар ауп. Уи иаанагоит, акәап **c** иалсуеит **ө** - цәәхәаиашик, ацәәхәаиаша **c** иацтәарны икоу. Аха уи калашья амазам, ацәәхәаиаша иатәым акәап, уи ацәәхәаиаша иацтәарны иалсуа цәәхәаиашазатәык ауп.

Аңқапшаах шьякәыргәгәоуп.

Ахасабтәи (4). Ацәәхәаиаша **AB** ацәәхәаиаша **CD** иацтәаруп. Ишьякәшөыргәгәа ахцәаха **BC** еихнацәозар ацәәхәаиаша **AD**, ускан аихцәарстатә кәап ахцәаха **AD** иатәуп (икәуп) (асахьа 70). *(Ари ахасабтә ақәнаца цакыдоуп еихцәо ацәәхәаиашакәа захьзу рыла. Ихәазар акөын, ишьякәшөыргәгәа ахцәахақәа BСи ADи кәапк акны ишеихцәо хәа. А. Ч.)*



Асахьа 69.



Асахьа 70.



Ахасабра. Ахцәаха **BC** ацәәхәаиаша **AD** акәап **X** акны еихнацәоит. Иалаадап уи акәап **X** иалсуа ацәәхәаиаша **x**, ацәәхәаиаша **AB** иацтәару. Ацәәхәаиаша **x** а́кьапсра ашоит ө-кьапсрабжакны. Акәапкәа **Ви Си** ихаз – хазу а́кьапсрабжақәа ирыкәуп, избанзар ахцәаха **BC** ацәәхәаиаша **x** еихнацәоит (акәап **X**) акны. Акәап **A**, акәап **B** зқәу а́кьапсрабжа икәуп, акәап **D**, акәап **C** зқәу а́кьапсрабжа икәуп. Абасала, ахцәаха **AD** еихнацәоит ацәәхәаиаша **BC**. Урт иреихцәарстоуп акәап **X** ахцәаха **BC** иатәу.

30. Q - цәәхәиашак цәәхәиашак ала ианехтәо ишыәгәыло акәакькәә

(Углы образованные при пересечении двух прямых секущей).

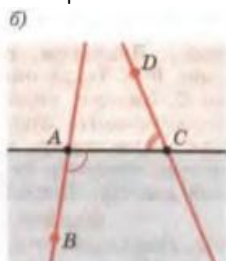
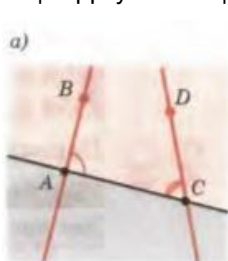
Иказаат ацәәхәиашакәә җба АВи, СДи, урт еихызтәо ацәәхәиаша АСи (асахьа 71). Ацәәхәиаша АС, ацәәхәиашакәә АВи, СДи рзын **ахтәәга (секущий)** ахьзуп (ма еихызтәо цәәхәоуп.

Ацәәхәиашакәә җба АВи СДи, цәәхәиашак АС ала реихтәарстаә ишыәгәылоит акәакькәә пшьба. Урт акәакькәә җба-җбала реидкылашьа зеипшроу ала ачыдаказшьакәә аарпшра рылшоит азы ирымоуп ахьыз чыдакәә.

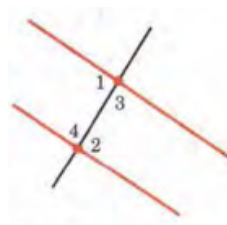
Акәәпкәә Ви Ди ацәәхәиаша АС иафнырпшны акьапсрабжак акны иказар, ускан акәакькәә ВАСи, ДСАи - **зымоарактәи (азганктәи) аюныцкәтәи акәакькәә (внутренние односторонние углы)** рыхьзуп (асахьа 71,а). Ацәәхәиаша АС иафнырпшны нак – аак акьапсрабжакәә ркны иказар акәәпкәә Ви, Ди, ускан акәакькәә җба ВАСи, ДСАи - **ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәә (внутренние накресть лежащие углы)** рыхьзуп (асахьа 71, б).

Ацәәхәиаша АС ацәәхәиашакәә АВи СДи иахеихнацәо ишыәгәылоит зымәарак икоу аюныцкәтәи акәакькәә җбеи, ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәә җбеи.

Ҫырпштәыс иаагап асахьа 72 афы иарбоу: уа акәакькәә $\angle 1и$ $\angle 4и$; $\angle 3и$ $\angle 2и$, урт зымәарактәи аюныцкәтәи кәакькәоуп, иара убас, акәакькәә $\angle 1и$, $\angle 2и$; $\angle 3и$, $\angle 4и$ ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәоуп. Ишаабо ала, икоуп җба-җба кәакькәә зымәарактәи ицъарркуи аюныцкәтәи акәакькәә.



Асахьа 71.



Асахьа 72.

Иазгәахтәп, ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәә руак, иахәап $\angle 1и$, $\angle 2и$. Урт ирымоуп ирыду ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәә $\angle 3и$, $\angle 4и$. Абасала, ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәә руак иатәу акәакькәә еикаразар, ускан егы иатәу ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәәгы еикароуп.

Ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәә, иаххәап $\angle 1и$ $\angle 2и$, зымәарактәи аюныцкәтәи акәакькәәи $\angle 2и$, $\angle 3и$, ирымоуп азеипш кәакь - $\angle 2$, егырт акәакькәә $\angle 1и$, $\angle 3и$; $\angle 2и$, $\angle 4и$ еиду кәакькәоуп.

Абасала, ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәә еикаразар, ускан зымәарактәи аюныцкәтәи акәакькәә реиццалыц 180° калоит. Иаархәны, зымәарактәи аюныцкәтәи акәакькәә реиццалыц 180° иакаразар, ускан ицъаррку аюныцкәтәи акәакькәә еикароуп.

31. Ацѣахѣаиашақѣа реицтѣарра аказшьагыдара
(Признаки параллельности прямых).

Аққапшаах

4.2

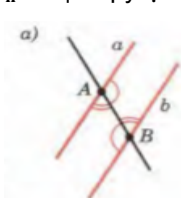
Ицъаррку аоныцкѣатѣи акѣакъкѣа еиқаразар ма зымѣарактѣи аоныцкѣатѣи акѣакъкѣа реиццалыц 180° иақаразар, ускан ацѣахѣаиашақѣа еицтѣаруп.

(Если внутренние накрест лежащие углы равны или сумма внутренних односторонних углов равна 180° , то прямые параллельны).

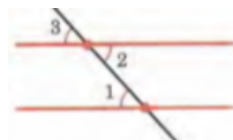
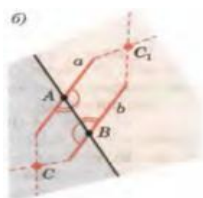
Ашьақѣыргѣѣара.

Иаххѣап, ацѣахѣаиашақѣа α_{II} b_{II} ацѣахѣаиаша АВ ала еихтѣоу иаанарцшуеит еиқароу ицъаррку аоныцкѣатѣи акѣакъкѣа (асахъа 73, а). Иказааит ацѣахѣаиашақѣа α_{II} b_{II} еицтѣарымкѣа, уи иаанагоит, урт цъара кѣапк С акны еихтѣоит хѣа (асахъа 73, б).

Аихтѣага цѣахѣа АВ ақъацсра ашоит ω - қъацсрабжакны. Руак акны иқоуп акѣап С. Итѣахып, ахкѣакъкѣа ABC_1 убас, ахкѣакъкѣа ABC иақараны, ақѣѣа C_1 егы ақъацсрабжаѣ иканы икалартѣ. Аққапшаах излахѣо ала, ацѣахѣаиашақѣа α_{II} b_{II} ацѣахѣаиаша АВ ала еихтѣоу ишьақѣдыргыло ицъаррку аоныцкѣатѣи акѣакъкѣа еиқароуп. Ишаабо ала, ахкѣакъкѣа ABCи, BAC_{1II} қѣѣақѣас Аи Ви еицрымоуп, еишьашѣалоу ркѣакъкѣагы еиқароуп, уи ала, ицъаррку аоныцкѣатѣи акѣакъкѣа еиқароуп. Ус анакѣа, ацѣахѣаиаша AC_1 ацѣахѣаиаша α иакѣшѣоит, ацѣахѣаиаша BC_1 ацѣахѣаиаша b иакѣшѣоит. Абасала, акѣапкѣа C_{II} C_{1II} ихаз – хазқѣоу ацѣахѣаиашақѣа ω а. α_{II} b_{II} ирылсуеит. Уи калашъа аимазам. Ус акѣзар, ацѣахѣаиашақѣа α_{II} b_{II} еицтѣаруп.



Асахъа 73.



Асахъа 74.

Ацѣахѣаиашақѣа α_{II} b_{II} еихызтѣо ацѣахѣаиаша АВи ишьақѣнаргыло зымѣарак иқоу аоныцкѣатѣи акѣакъкѣа реиццалыц 180° иақароуп, ус ианықоу, ишаадыруа ала, ицъаррку аоныцкѣатѣи акѣакъкѣа еиқароуп. Абасала, ацѣахѣаиашақѣа α_{II} b_{II} еицтѣаруп.

Аққапшаах шъақѣыргѣѣароуп.

Аққапшѣаах 4.2 иацыркѣоуп:

Цѣахѣаиашак иахагѣтѣоу ацѣахѣаиашақѣа – еицтѣаруп.

(Ари ахѣамтѣа еиѣа итѣаауп аурысшѣала ишхѣоу аастѣа А. Ч.).

«две прямые, перпендикулярные третьей, параллельны»

Ицъаррку аоныцкатәи акәакькәа җба рахьтә акы җсахзар иара иаңну ала, ускан ишьақәгылоит акәакькәа җба, икоу ацәахәақәеи еихызтәои рәы **еишьашәалоу акәакькәа** (соответственные углы) захьзу.

Асахьа 74 аҗи иарбоуп ицъаррку аоныцкатәи акәакькәа 1и 2и, убас 1и 3и урт ирышьашәалоу акәакькәа. Ишаабо ала, акәакькәа 2и 3и еиңну кәакькәоуп.

Ицъаррку аоныцкатәи акәакькәа рейкарара абзоурала, еишьашәалоу акәакькәагы еикароуп. Ари ацакы иаархәынгы ииашоуп. Еишьашәалоу акәакькәа рейкарара ала ацәахәаиашақәа реицтәарра ачыдаказшьазы иахәар алшоит:

ацәахәаиашақәа еицтәаруп, еишьашәалоу акәакькәа еикаразар.

(*прямые параллельны, если соответственные углы равны*).

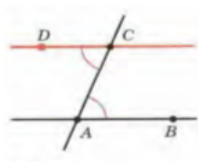
Ахасабтәы (8). Икоуп ацәахәаиаша АВи, уи иатәым акәаҗ Си. Ишьақәшәыргәгәа, уи акәаҗ С иалаадар шалшо ацәахәаиаша АВ иацтәару.

Ахасабра. Ацәахәаиаша АС аҗьаҗсра ашоит җ - кьаҗсрабжақәакны (асажьа 75). Акәаҗ В урт руак икәуп. Ацәахәаиашабжа СА иафнырҗшны егы аҗьаҗсрабжаҗы иадшәалазар акәакь АСД акәакь САВ иакароу, ускан ацәахәаиашақәа АВи СДи еицтәархоит. Ицабыргны, урт ацәахәақәа еихызтәо АС ишьақәнаргыло акәакькәа ВАСи ДСАи ицъаррку аоныцкатәу кәакькәоуп. Урт акәакькәа еикароуп, уи аҗынтә ацәахәаиашақәа АВи СДи еицтәаруп.

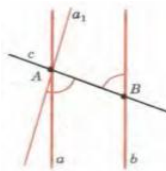
Ахасабтәы 8 ишьақәнаргәгәои ацәахәаиашақәа реицтәарра иахдоу аказшьеи рыла, аҗа иахдоу лкаак хазнеуеит:

акәаҗ ,ацәахәаиаша икәым акны алдара алшоит цәахәаиаша иацтәару, уи затәыкуп.

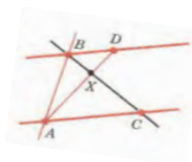
(*через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести параллельную ей прямую, и только одну*).



Асажьа 75.



Асажьа 76



Асажьа 77.

32. Еицтәару ацәахәақәа цәахәаиашак ала ианеихтәоу ишьақәгыло акәакькәа рказшьа.

(Свойство углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей).

Аҗқаҗшаах

4.3

Еицтәару ацәахәаиашақәа җба ахҗатәи ацәахәаиашала еих-тәазар, ускан икало ицъаррку аоныцкатәи акәакькәа еикароуп, зымәарактәи аоныцкатәи акәакькәа реиццалыц 180° иакароуп.

(*Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние накрест лежащие углы равны, а сумма внутренних односторонних углов равна 180*).

Ашыақырғығаара.

Иахмоуп еицтэару ацэахэаиашақэа α_n b_n ацэахэаиаша C ала иахеихырцэо ишыақылыло акэацкэа A и B и. Акэац A акны иалаадап ацэахэаиаша α_1 убас, ацэахэаиашақэа c_n b_n ахеихнатэо икало ицъаррку аоныцкэтэи акэакыкэа еика-рахартэ (асахыа 76).

Ацэахэаиашақэа реицтэарра аказшыаыдарала ацэахэаиашақэа α_1 , b_n еицтэаруп. Ишдыру ала, акэац A цэахэаиашак ауп ацэахэаиаша b иацтэарны иалсуа уи ала, ацэахэаиаша α_n ацэахэаиаша α_1 иакэшэо цэахэаиашаоуп. Уи иаана-гоит ицъаррку аоныцкэтэи акэакыкэа еицтэару ацэахэаиашақэа α_n b_n , ацэахэаиаша C иахеихнатэо ишыақылыло еикароуп.

Ацкацшаах 4.2 иазаархэу ацкацшаах шыақырғығаоуп.

Еицтэару ацэахэаиашақэа дааа цэахэаиашакла ианеихтэо ишыақылыло акэакыкэа иаадырпшуа аказшыаыдарақэа рыла иахэар алшоит:

ацэахэаиаша, еицтэару ацэахэаиашақэа руак иахагэтэызар, ускан уи аызагы иахагэтэуп.

(Если прямая перпендикулярна одной из параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой).

Ахасабтэы (13). Ацэахэаиашақэа AC и, BD и еицтэаруп, урт еихызтэо ацэахэаиаша BC иафнырпшны акэацкэа A и, D и иахаз - хазу аганкэа рыла икоуп (асахыа 77). Ишыақэшэыргэға: 1) еихызтэо ацэахэа BC иафнырпшны акэакыкэа DBC , ACB ицъаррку аоныцкэтэу кэакыкэаны ишыкоу; 2) ашэахэац BC акэакы ABD аганкэа ишырбжысуа; 3) еихызтэо ацэахэаиаша AB иафнырпшны акэакыкэа CAB и DBA и изымдараку аоныцкэтэу акэакыкэа шракэу.

Ахасабтра. 1). Акэакыкэа DBC и, ACB и ицъаррку аоныцкэтэу кэакыкэоуп, избанзар ахцэаха AD антэамтэтэ кэацкэа A и D и еихызтэо ацэахэаиаша BC нак - аактэи аганкэа рыла икоуп. 2). Ашэахэац BC акэакы ABD аганкэа ирыбжысуеит, избанзар уи еихнатэоит ахцэаха AD зынцэамтэақэа акэакы аганкэа ирыкэу (ахасабтэ 4). 3). Акэакыкэа CAB и DBA и изымдараку аоныцкэтэу кэакыкэоуп, избанзар акэацкэа C и D и еихызтэо ацэахэаиаша BA азганк ала икоуп, хатала ахцэахақэа BC и AD и реихтэарстэтэ кэац X зкэу акаацсрабжа икэуп.

33 Ахкэакыта акэакыкэа реицта

(Сумма углов треугольника).

Ацкацшаах

4.4

Ахкэакыта акэакыкэа реиццальц 180° иакароуп.

(Сумма углов треугольника равна 180°).

Ашыақырғығаара.

Иахмоуп ахкэакыта ABC . Уи ақэцэа B акны иалаадап ацэахэаиаша аган AC иацтэару. Иалаадаз ацэахэаафы иазгэахтэп убас икоу акэац D , уи ахкэакыта аган BC иафнырпшны акэац A и, иареи (D и) иахаз - хазу аганкэа рахы икалартэ (асахыа 78).

Иаххэап, ихамоуп ахкэакыта ABC (асахыа 80). Ишаадыруа ала, ахкэакыта акэакыкэа реицта $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$. Арантэы ихауеит,
 $\angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C$.

Ихауз аикарара аръарахытэи ахэта иахнарбоит ахкэакыта ақэцэатэ кэакы С градусшэарала шака ыкоу.

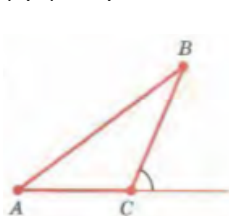
Аңқаңшаах шыақыргэғэоуп.

Аңқаңшаах 4.5 иацыркыоуп

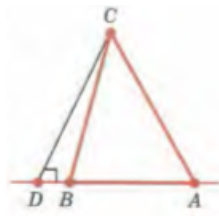
ахкэакыта антыцтэи акэакы, иара иадым аоныцкэатэ иарбан кэакызаалак акы еиҳауп.

(Внешний угол треугольника больше любого внутреннего угла, не смежного с ней).

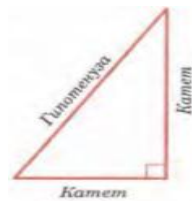
Аҳасабтэы (35). Ахкэакыта ABC ақэцэа С аһынтэ иалдоуп аҳаракыра CD. Акэаңкэа А, В, D ркынтэи иарбан кэағу абжыара икоу, акэакыкэа Аи, Ви кэакы-царкэазар?



Асахыа 80



Асахыа 81



Асахыа 82

Аҳасабра. Акэаң В акэаңкэа Аи, Ди рыбжыара қалашыа амазам. Избанзир, рыбжыара иқазар, усқан акэакыцары ABC ахкэакыта CBD антыцтэи акэакык аҳасаб ала, акэакыиша еиҳахар ауп (асахыа 81). Иара убас, акэакы А азгы иаххэар алшоит, уи акэаңкэа Ви, Ди рыбжыара қалашыа амазам ҳа. Уи иаанагоит, акэаң D акэаңкэа Аи Ви рыбжыара икоуп.

35 Икэакыиашоу ахкэакыта (Прямоугольный треугольник).

Икэакыиашоу ахкэакыта ахызуп ахкэакыта зкэакыкэа акы иашоу. **Икэакыцару ахкэакыта** ахызуп ахкэакыта зкэакыкэа зегы цару. **Икэакыцағэоу ахкэакыта** ахызуп кэакыцағэак змоу ахкэакыта.

Ахкэакыта иамоу акэакыкэа ахцагы реицта 180° иакароуп. Уи ала, ахкэакытак ағы кэакыиашак ада зыкалазом. Икэакыиашоу ахкэакытакны егырт акэакыкэа кэакыцаркэоуп, урт реицта $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ қалоит.

Икэакыиашоу ахкэакытаағы акэакыиаша зғаңшуа (*иғағаңшуа*) аган, **ахкэакыта агипотенуза** (*ахкэакыта аган ду*) ахызуп, егырт аганкэа **акатеткэа** (*ахкэакыта аган хэыцкэа*) рыхызуп (асахыа 82).

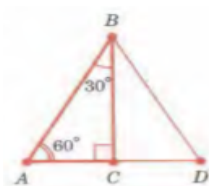
(Ахыызкәа «агипотенуза» «акатет» змоу икәакыиашоу ахкәакытәкәа роуп. Ус анакәа, «аган ду» «аган хәыч» хәа ххәар алшоит, избанзар урт змоу икәакыиашоу ахкәакытәа ауп, хазлацәажәо җашыарада еилкуаауп – ишкәакыиашоуп. А. Ч.).

Ахәсабтәы (43). Ишыәкәшәыргәгәа икәакиашоу ахкәакытәә акәакы 30° зәаңшуа аган хәычы аган ду абжа ишакароу.

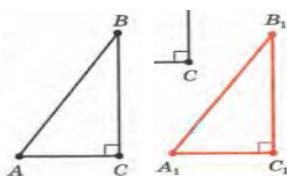
Ахәсабра. Иаххәап, ахкәакытәа ABC кәакыиашоуп, акәакы C 30° иакароуп (асахыа 83). Икахдап убас икоу ахкәакытәа BCD ахкәакытәа ABC иаваргыланы иара иакараны, асахыа 83 - тәи ағы ишарбоу еиңшу.

Ахкәакытәа ABD акны акәакыкәа зәгыы еикароуп, урт 60° иракаракәроуп, уи ала, иганеикароу хкәакытоуп $AB = AD = BD$. Шыта иаабартә икоуп $AC = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}AB$.

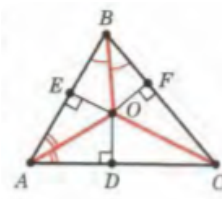
Ишыәкәшәыргәгәатәызгыы уи ауп.



Асахыа 83.



Асахыа 84.



Асахыа 85.

Ахкәакытәкәа реикарара ачыдаказшыәкәа хәа иаадыруа рыдагыы, икоуп икәакыиашоу ахкәакытәкәа иаадырңшуа аказшыәчыдаракәа.

Иазгәахтап урт аказшыәчыдаракәа:

1. Икәакыиашоу ахкәакытәа агипотенузеи (аган дуи) кәакыцарыки ирышәшәалоу егы ахкәакытәа агипотенузеи (аган дуи) акәакыцари иракаразар, ускан урт ахкәакытәкәа еикароуп. (Ари аган дуи акәакыцари рыла аикарара аказшыәчыдара ахъзуп).

(Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны).

2. Икәакыиашоу хкәакытәа иатәу катетки (ган хәычыки) уи зәаңшуа акәакы егы ахкәакытәа иатәу иашәшәалоу катети (ган хәычыки) уи зәаңшуа акәакы иракаразар, ускан, урт ахкәакытәкәа еикароуп.

(Аганхәычи уи зәаңшуа акәакы реикарара аказшыәчыдара ахъзуп).

(Если катет и противолежащий ему угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и противолежащему углу другого треугольника, то такие треугольники равны).

3. Агипотенузеи (аган дуи) катетки (ган хәычыки) ахкәакытәиашак иатәу ирышәшәалоу егы ахкәакытәа иатәу агипотенузеи (аган дуи) акатети (аган хәычи) иракаразар, ускан урт ахкәакытәкәа еикароуп. (Агандуи ганхәычыки рыла аикарара).

(Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого треугольника, то такие треугольники равны).

Ашыақырғығаара.

Иказааит ахкэакытақаа АВСи, $A_1B_1C_{1и}$ измоу акэакыиаша С, $C_{1и}$, иара убас, абарт атагылазаашыақаа руак назыгзо:

$$1) AB = A_1B_1, \angle A = \angle A_1;$$

$$2) BC = B_1C_1, \angle B = \angle B_1;$$

$$3) AB = A_1B_1, BC = B_1C_1,$$

Ишыақхарғығаап ахкэакытақаа шейкароу (асахыа 84).

Апхыатэи аказшыаыдарақаа оба рышыақырғығааразы иазхоит иазгэаатар: иказар $\angle A = \angle A_1$ хэа, ускан ишыкало $\angle B = \angle B_1$ хэа. Ахкэакытақаа рейкараара аобатэи аказшыаыдарала 1)и 2)и атагылазаашыақаа раан аикараара калойт.

Ахкэакытақаа рейкараара аказшыаыдара, агипотенузеи акатети рейкаралала имоапан ахасабтэи 29, §3 акны икацаз ахасабра.

Ахасабтэи (48). Ишыақырғығаа ахкэакыта акэакыеиошагақаа ахпагы кэапк акны ишейтэо.

Ахасабра. Иалаадап акэакыеиошагақаа ихамоу ахкэакыта АВС ақэақаа Аи Ви ркынтэ (асахыа 85). Урт кэапк, иаххэап О акны ейтэойт. Акэап О акынтэ ахкэакыта АВС аганқаа рахы инахашытып ахагэцэи цэахэақаа: OD, OE, OF, асахыа 85 афы ишарбоу ейпш. Икэакыиашақоу ахкэакытақаа АОДи, АОЕи ейкароуп агипотенузеи кэакыдарыки рыла. Урт гипотенузас АО ейцрымоуп акэакықаа ОАДи ОАЕи ейкароуп, избанзар ацэахэаиаша АО акэакы А аиошага ауп. Ахкэакытақаа рейкараара афынтэи ркатеткэагы ОДи ОЕи рейкароуп. Ари ейпш, ахкэакытақаа БОЕи БОФи рейкараара ала, акатеткэа ОЕи, ОФи екароуп. Абасала, акатеткэа ОДи ОФи акатет ОЕ иахакароу ала, даргы ейкароуп.

Икэакыиашоу ахкэакытақаа СОДи СОФи ейкароуп агипотенузеи акатети рыла. Урт ркны агипотенуза СО ейцырзеипшуп, акатеткэа ОДи, ОФи излашыақхаргылаз ала ейкароуп. Ахкэакыткэа рейкараара афынтэи ркэакыцаркэа ОСДи ОСФи ейкароуп. Абасала, ашэахэац СО ахкэакыта АВС акэакы С еиошагоуп. Уи иаанагойт, ихамоу ахкэакытаафы акэакыеиошагақаа рыхпагы кэапк акны ейтэойт. Ишыақхарғығаарц хышытазгы уи ауп.

36 Ацэахэаиаша иахагэцэи аказаарейи уи азацэрейи.

(Существование и единственность перпендикуляра к прямой).

Аққапшаах

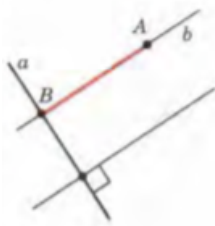
4.6

Иарбан кэапзаалак, ацэахэаиаша иатэым акынтэи уи ацэахэаиашахы ахгэцэи анаштыра алшойт, уи затэыкуп.

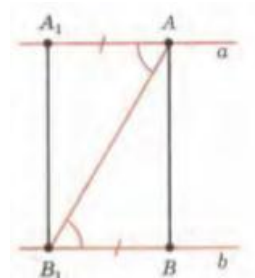
(Из любой точки, не лежащей на данной прямой, можно опустить на эту прямую перпендикуляр, и только один).

Ашыақырғығаара .

Иаххэап, ихамоуп ацѐахѐаиаша α , уи иатѐым акѐап A_i (асахьа 86). Ацѐахѐаиаша α иатѐу кѐапк акны иалаадап ахагѐцѐы. Шьта акѐап A акны иалаадап ацѐахѐаиаша b , пхьан иалаадаз ахагѐцѐыцѐахѐа иацтѐару. Ари иалаадаз ацѐахѐаиаша b ацѐахѐаиаша α иахагѐцѐуп, избанзар еицтѐару ацѐахѐаиашақѐа руак иахагѐцѐу уи егы ацѐахѐагы иахагѐцѐуп. Абасала, ацѐахѐаиаша b злысуа акѐап A акынтѐ ацѐахѐаиаша α ахь инашьту хагѐцѐуп ахцѐаха AB .



Асахьа 86 .



Асахьа 87.

Шьта иазгѐахѐап, уи ахцѐаха AB зкѐу ацѐахѐаиаша b шызацѐу. Иаххэап, икоуп даѐа цѐахѐаиашак AC ацѐахѐаиаша α иахагѐцѐу (акѐап C ацѐахѐаиаша α иатѐуп). Ус анакѐа, ахкѐакьта ABC акѐакьиашақѐа џба амазар ауп, уи калашьа амазам.

Апқапшаах шыақѐыргѐѐоуп.

Кѐапк акынтѐ ацѐахѐаиаша ахь инашьту ахагѐцѐы аура, акѐап акынтѐ ацѐахѐаиашанза ибжьоу аура ахьзуп.

Ахасбтѐы (51). Ишьақшѐыргѐѐа ацѐахѐаиаша иатѐу акѐапкѐа џба ркынтѐи, уи иацтѐару ацѐахѐаиашанза ибжьоу аурақѐа шейкроу.

Ахасабра. Иаххэап, ихамоуп еицтѐару ацѐахѐаиашақѐа α_{ii} , b_{ii} , урт руак α акны икоуп акѐапкѐа A_{ii} , A_{1ii} . (асахьа 87). Акѐап A_1 акынтѐ инахашьтып ахагѐцѐы A_1B_1 ацѐахѐаиаша b ахь. Акѐап B_1 акынтѐ ацѐахѐаиаша b иадхшѐалап ахцѐаха B_1B , ахцѐаха A_1A иакароу, урт ацѐахѐаиаша B_1A иатѐу аганқѐа нак - аак рыла икалартѐ акѐапкѐа A_{1ii} , B_{1ii} . Ускан ахкѐакьтақѐа AB_1A_1 , B_1AB еикароуп аикарара актѐи аказшьацыдарала. Урт ахкѐакьтақѐа аган AB_1 еицырзеипшуп, аха $AA_1 = BB_1$ еибыташьала, акѐакькѐа B_1AA_{1ii} , AB_1B_{ii} еикароуп, ицъаррку аоныпкѐатѐи акѐакькѐа рыхасаб ала. Ахкѐакьтақѐа реикарара **ишьтрақѐанатѐоит (следует)** ахцѐаха AB ацѐахѐаиаша b ишахагѐцѐу, ахцѐахақѐа AB_{ii} , A_1B_{1ii} шейкароу.

Ишьақѐхаргѐѐѐарц хзышьтазгы уи ауп!

Ишаабо ала, еицтѐару цѐахѐак иатѐу иарбан кѐапзаалак акынтѐи егы акынза ибжьоу аурақѐа еикароуп. Убри ала, ирхѐоит, «*еицтѐару ацѐахѐақѐа - еицейкараны еидыгоп*» хѐа.

Еицтѐару ацѐахѐаиашақѐа ирыбжьоу ахьзуп, иабан кѐапзаалак руак акынтѐ егы ацѐахѐанза ибжьоу аура (инашьту хагѐцѐы иамоу аура).

37 Агеометриа ашыақәгылара аҭоурых аҭынтә

(Из истории возникновения геометрии)

Ажәытәзан ауаатәыюса рыҭсҭазаараҭы ирбоз ирахауоз, аҭсабара иадырбалоз ала ишыақәдыргылеит имариазоу агеометриатә ҭшынарақәа рҭазшыақәа. Анаос, аҭарауаа игәартәит агеометриатә ҭшынарақәа рҭазшыақәа рыла дәәа ҭазшықәа хшыюҭқарала ашыақәыргылара шалшоз. Абасала, ишыақәгылеит аҭқаҭшаахқәа (атеоремақәа), нас урҭ рышыақәыргәғәашыақәа.



Н. И. Лобачевский —

Ус агеометриатә ҭшынарақәа ирызку аҭқаҭшаахқәа дырҭеит, рҭакқәа ажәахәала иаазырҭшуа иахынзалшоз еиларҭалеит, ҭшыәарала ирыдырбалоз иахынзаиашоу хшыюҭқарала зышыақәыргылара рылшоз шыақәдыргылеит. Аха аҭсабара иаанарҭшуаз аҭасқәа ҭытқ, ишиашогы, риашара ашыақәыргәғәа злымшақәаз ҭалеит, урҭ ҭшыәаралоуп рҭабыргра шааҭшуа азын **аҭқаҭцәақәа** (аксиомы) рыхьзырҭеит.

Аҭхьа агеометриа аҭиара бзиа аиуеит Мысра (Египет) атәылаҭы. Хәра ҭалаанза зқьы шықәса раҭхьа Мысрантә агеометриатә дыррақәа Бырзентәылака инеит. Хәра ҭалаанза VII – III ашәышықәсақәа рыбжьара, Бырзентәылатәи агеометриа азҭаза дуцәа идыртбааит амаҭәар геометриа амәхак, иаларҭалеит ирацәазаны аҭқаҭшаахқәа, урҭ ибзиазаны рышыақәыргәғәашыақәа аҭырҭеит. Убыскантәи ашәышықәсақәа раан иаҭырҭаз агеометриа иазку адыррақәа реихшыаала ҭаитҭеит Евклид (330 – 275 хәира ҭалаанза) иусумҭа «Алагамҭа» захьзу акны. Уи агеометриа алацәажәара далагоит аҭқаҭцәақәа реибаркырала (рсистемала). Уа иҳадигало аҭқаҭцәақәа реибаркышьа хазуп ари арҭагаҭы ишаҳарбо ааста. Аицтәарра иазку аҭқаҭцәа уаагы икоуп. Аицтәарра аҭқаҭцәа, егыт аҭқаҭцәақәа реиҭш агәра угартә иҭам. Убри иахкьаны Евклид иаахы-сижьтәи уи ҭқаҭшаахк аиҭш ашыақәыргәғәара реазыркит азәыроу аҭарауаа, аха иқәҭыарадан. Ацыхәтәан, XIX ашәышықәсаз ишыақәыргәғәан уи рҭабыргшыа шамам. Раҭхьаза ус икоу агәаанара ҭағәғәала аурыс математик Николаи Иван – иҭа Лобачевски иҭаитҭеит.

Апышөөрәтә зцаарақәа

1. Ишьақәшһыргәгәа ϕ – цәахәаиашак хаз-хазы ахқатәи иацтәарзар, даргыи шеицтәару.
2. Ихәилшәһыркаа иарбан кәакықәоу зымәарактәи аоныцкәтә кәакықәа захьзу? Иарбан кәакықәоу ицъаррку аоныцкәтә кәакықәа захьзу?
3. Ишьақәшһыргәгәа ицъаррку аоныцкәтә кәакықәа ϕ ба иртәқәоу акәакықәа еикаразар, усқан егыи аобатәи ицъаррку аоныцкәтә кәакықәагы шейкароу, иара убас, изымәарактәу аоныцкәтә кәакықәа реиццалыцкәа хышәарала 180° ишакароу.
4. Ишьақәшһыргәгәа ацәахәаиашақәа реицтәарра акашьячыдара.
5. Ихәилшәһыркаа иарбан кәакықәоу еишьашәалоу хәа изышьтоу? Ишьақәшһыргәгәа ицъаррку аоныцкәтә кәакықәа еикаразар, усқан урт ирышьашәалоу акәакықәагы шейкароу, уи иаархәыны ихәазаргыи шалшо.
6. Ишьақәшһыргәгәа ϕ оу ацәахәа иатәым кәацк акынтә, уи ацәахәа иацтәару даәа цәахәак алдара шалшо. Акәац ацәахәаиаша иатәым акны шака цәахәаиаша алдара алшои, уи ацәахәа иацтәарны?
7. Ишьақәшһыргәгәа еицтәару ацәахәаиашақәа еихцәазар ахқатәи ала, усқан ицъаррку аоныцкәтә кәакықәа шейкару, изымәараку аоныцкәтә кәакықәа реиццалыц 180° ишакароу?
8. Ишьақәшһыргәгәа ϕ – цәахәаиашаек ахқатәи ацәахәаиаша иахагәцәызар, урт шеицтәару; ацәахәаиаша, еицтәару ацәахәаиашақәа ϕ ба руак иахагәцәызар, уи егыи ацәахәаиашагы иахагәцәу.
9. Ишьақәшһыргәгәа ахкәакыта акәакықәа реиццалыц 180° ишакароу.
10. Ишьақәшһыргәгәа иарбан хкәакытазаалак ишамоу ϕ ба иреицымкәа акәакыцаркәа.
11. Изахьзуеи ахкәакыта антыцтәи акәакы?
12. Ишьақәшһыргәгәа ахкәакыта антыцтәи акәакы иара иадым аоныцкәтәи акәакықәа ϕ ба реиццалыц ишакароу.
13. Ишьақәшһыргәгәа ахкәакыта антыцтәи акәакы шейхау иара иадым аоныцкәтәи кәакык ааста.
14. Иарбан кәакы акәакыиаша (акәакыцары, акәакыцагәа) захьзу?
15. Изакароуеи ахкәакытаиаша иамоу акәакыцаркәа реиццалыц?
16. Икәакыиашоу ахкәакытафәи иарбан гану аган ду (*агипотенуза*) захьзу? Иарбан ганқәоу аган хәыцкәа (*акатеткәа*) захьзу?
17. Ишьақәшһыргәгәа икәакыиашоу ахкәакытақәа реикарара аказшьячыдарақәа?
18. Ишьақәшһыргәгәа иарбан кәацзаалак ацәахәаиаша иатәым акынтәи ацәахәаиашахь ахагәцәы анашьтра шалшо, уи шызатәу.
19. Изахьзуеи акәац акынтә ацәахәаиашанза ибжьоу?
20. Ихәилшәһыркаа изахьзу еицтәару ацәахәаиашақәа ирыбжьоу аура?

Ахасабтәқәа

Ахәтач 29

1. Ишьақәшһыргәгәа ацәахәаиаша еихнатәозар еицтәару ацәахәаиашақәа руак, уи ишеихнатәо егыи ацәахәаиашагы.

2. Ишыақәшәыргәгәа (ақбапсра иқәу) ацәахәиашақәа җба еихтәозар, усқан иарбан цәахәиашазаалак ахтәтәи, урт руак адымхаргы ишеихнацәо.
3. Икоуп $\alpha \parallel b \parallel c \parallel d$. Ишыақәшәыргәгәа, ишыкоу $\alpha \parallel d$ хәа.
4. Ацәахәиаша АВ ацәахәиаша CD иацтәаруп. Ишыақәшәыргәгәа ахтәаха ВС еихнацәозар ацәахәиаша AD, усқан аихтәарстәтә кәаң ахтәаха AD иатәуп (асахьа 70).

Ахәтаң 30

5. Икоуп ахкәакьта ABC. Уи аган АВ аҗны иарбоуп ақәаң B₁, егы аган AC аҗны ақәаң C₁. Ишәхәа иарбан ионыцкәтәу изымҗаракуи, ионыцкәтәу ицъарркуи ақәакькәа ацәахәиашақәа АВ₁, АС₁ рыкны ишыақәгыло, урт еихтәазар ацәахәиаша B₁C₁ ала.
6. Хьызхәала иаашәырпшы асахьа 72 аҗны иарбоу ақәакькәа зегьы.
7. Ахтәахақәа АВ₁ CД₁ еихтәоит. Ацәахәиашақәа АС₁ ВД₁ еыхызтәоо ВС азы ишәхәа ицъаррку аоныцкәтәи ақәакькәа. Иара убас, урт ацәахәақәа рзын ишәхәа еибатәу изымҗараку аоныцкәтәи ақәакькәа. Атак хәилшәыркаа.
8. Икоуп ацәахәиаша АВ₁, уи иатәым ақәаң С₁. Ишыақәшәыргәгәа уи ақәаң C аҗны аладара шалшо ацәахәиаша АВ иацтәару.
9. Ацәахәиашақәа АВ₁, CД₁ ақәаң C аҗны еихтәоит еикарангы реыршоит. Ишыақәшәыргәгәа ацәахәиашақәа АС₁, ВД₁ шеицтәару.
10. Ахкәакьтәкәа ABC₁ BAD₁ еикароуп. Ақәаңкәа С₁ Д₁, ацәахәиаша наҗ - аактәи аганкәа рахь ала икоуп. Ишыақәшәыргәгәа ацәахәиашақәа АС₁, ВД₁ шеицтәару.

Ахәтаң 32

11. Ақәакь ABC 80° иакароуп, егы BCD 120°. Изалшома ацәахәақәа АВ₁ CД₁ еицтәарны рыкалара ? Иҳәилшәыркаа атак.
12. Ацәахәиашақәа АС₁ ВД₁ еицтәаруп, ақәаңкәа А₁, Д₁ урт еихызтәоо ацәахәиаша BC иҳаз – хазу аганкәа рахь ала икоуп (асахьа 77). Ишыақәшәыргәгәа: 1) ақәакькәа DBС₁ ACВ₁ ицъаррку аоныцкәтә кәакькәа шракәу еыхызтәоо ацәахәиаша BC иафнырпшны; 2) ашәахәац BC ақәакь ABD аганкәа ишырбжьысуа; 3) ақәакькәа ACВ₁, DBA₁ зымҗарак икоу ионыцкәтәу ақәакькәа шракәу еихызтәоо ацәахәиаша BC иафнырпшны.
13. Ишыақәшәыргәгәа аихтәага цәахәиашала еихтәоу еицтәару ацәахәиашақәа ишыақәдыргыло ицъаррку аоныцкәтәи ақәакькәа ркәакьеиошагақәа шеицтәару, аәакла, еицтәару ацәахәиашақәа ишырқәу.
14. 1) Аихтәага цәахәиашала еихтәоу, еицтәару ацәахәиашақәа ркны икало изымҗараку аоныцкәтәи ақәакькәа җба реигырха 30° ыкоуп. Ишәыпшаа урт ақәакькәа. 2) Аихтәага цәахәиашала еихтәоу еицтәару ацәахәиашақәа ркны, ицъаррку аоныцкәтәи ақәакькәа җба реицдальтц 150° ишакароу. Ишәыпшаа урт ақәакькәа.
15. Аихтәага цәахәиашала еихтәоу, еицтәару ацәахәиашақәа җба ркны ишыақәгылаз ақәакькәа аҗы 72° иакароуп. Ишәыпшаа егырт ақәакькәа быжьба закарақәоу.
16. Аихтәага цәахәиашала еицтәару ацәахәиашақәа җба анеихыртцәа ишыақәгылаз ақәакькәа аҗы 30° иакароуп. Изалшома егырт ақәакькәа быжьба ркынт аҗы 70° иакараны акалара?

(Ишьякәшәыргәгәаз ацакы шыакәшәца пқапшаахк еипш).

18. Ишәыпшаа ахкәакътағы идырым акәакъ, идырзар егырт әкәакъкәа: 1) 50°, 30°; 2) 40°, 75°; 3) 65°, 80°; 4) 25°, 120°.

20. Изалшома ахкэакътэеы акалара: 1) ицэгэу акэакъкэа ѿба; 2) ицэгэуи акэакыиашеи; 3) акэакыиашакэа ѿба.

22. Ишәыпшаа аварейкара ахкәакьта ақәцәатә кәакь, идьрзар ишыкоу ашыәтәтә кәакьк: 1) 40°; 2) 55°; 3) 72°.

24. Аварейкара ахкэакъта акэакъкэа руак 100° иакароуп. Ишэыцшаа егырт акэакъкэа.

26. Ишыақшәыргәға аварейкара ахкәакьта акәакьқәа руак 60° иказар, уи иганейкароу ахкәакьта шакеу.

28. Аварейкара ахкэакыта ABC шытас AC амоуп, ақэцэатэ кэакы В 36° иакароу акны иалдоуп акэакыеиошага AD. Ишыақэшэыргэгэа, ахкэакытақэа CDAи, ADBи аварейкара ахкэакытақэа шракэу (асахыа 80).

30. Иганекароу ахкэакъта акэакъкэа закаракэоузеи?

31. Еицтэару ацэахэаиашакэа џба цэахэаиашала еихцэоу иаадырпшуа изымсарку аоныцкатэи акэакыкэа ирылдоу акэакыеиошагакэа ишыакэдыргыло акэакы закароуи?



32. Аварейкара ахкөөкыта антыгтөи акөөкккә руак 70° иакароуп. Ишәыгшаа ахкөөкыта акөөкккә.

33. Ишәыпшаа ахкәакьта акәакькәа идырзар, уи ақәцәақәа җба рынтыцтәи кәакькәа $120^\circ, 150^\circ$ ишракароу.
34. Ахкәакьта антыцтәи акәакькәа җба $100^\circ, 150^\circ$ иакароуп. Ишәыпшаа ахкәакьта антацтәи ахцатәи икәакь.
35. Ахкәакьта ABC акны иалдоуп аҳаракыра CD. Иарбан кәапү A, B, D ркынтә абжъара икоу, иказар ахкәакьта акәакькәа Ai Bi икәакьцарны?
36. Ахкәакьта ABC акны иалдоуп аҳаракыра CD. Иарбан кәапү A, B, D ркынтә абжъара икоу, иказар ахкәакьта акәакь A икәакьцагәаны? Атак ҳаилшәыркаа.
37. Ишәакәшәыргәгәа аварейкара ахкәакьта антыцтәи акәакь ақәцәан иалдоу акәакьеиошага, уи ашәага ишацтәару?
38. Ахкәакьта ABC антыцтәи акәакькәа, ақәцәақәа Ai Bi ркны икоу, реицца 240° иакароуп. Изакароузеи ахкәакьта антыцтәи акәакь ақәцәа C акны икоу акәакь?
39. Икоуп ахкәакьта ABC. Уи аган AC иахаццоу иадшәалоуп ахцәахақәа $AD = AB$, $CE = CB$ (асахъа 89). Цшаашъас ирымозеи ахкәакьта DBE акәакькәа, идырзар ахкәакьта ABC акәакькәа ?
40. Ахкәакьтафәи аоныцкатәи акәакькәа акы 30° иакароуп, антыцтәи акәакькәа руак 40° иакароуп. Ишәыпшаа ахкәакьта егырт аоныцкатәи акәакькәа.

Ахәтач 35

41. Икәакьиашоу ахкәакьта ABC ақәцәан иалдоуп аҳаракыра BD. Ишәыпшаа акәакь CBD, идырзар: 1) $\angle A = 20^\circ$; 2) $\angle A = 65^\circ$; 3) $\angle A = \alpha$;
42. Ахкәакьта ABC акәакьцагәа ақәцәатә кәакь акынт иалдоуп аҳаракыра BD. Ишәыпшаа ахкәакьтақәа ABDи, CBDи ркәакькәа, идырзар: $\angle A = \alpha$; $\angle B = \beta$.
43. Ишәакәшәыргәгәа икәакьиашоу ахкәакьта иамазар акәакьцары 30° иакароу, усқан уи зәапшуа аган аган ду абжа ишакароу.
44. Ишәыпшаа икәакьишоу аварейкара ахкәакьта акәакькәа.
45. Иганейкароу ахкәакьта ABC акны иалдоуп агәтылс. Ишәыпшаа ахкәакьта ABD акәакькәа.
46. Ахкәакьта ABC ақәцәақәа Ai, Si ркынтә иалдоу аҳаракырақәа еихцәоит акәац M акны. Ишәыпшаа $\angle AMC$, идырзар $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 80^\circ$.
47. Ахкәакьта ABC акны агәтылса BD аган AC абжа иакароуп. Ишәыпшаа ахкәакьта акәакь B.
48. Ишәакәшәыргәгәа ахкәакьта акәакьеиошагақәа рыхцагы кәацк акны ишәхцәо.

Ахәтач 36

49. Ахцәаха BC ацәахәаиаша α агәга иалсуеит. Ишәакәшәыргәгәа, акәацкәа Bi Si ацәахәаиаша α еикараны ишадгоу.
50. Ахцәаха BC ацәахәаиаша α еихнатәоит акәац O акны. Акәацкәа Bi Si ркынтә α акынза ибжъоу еикароуп. Ишәакәшәыргәгәа, акәац O ацәахәаиаша BC агәга шакәу.
51. Ишәакәшәыргәгәа ацәахәаиаша иатәу акәацкәа җба ркынтә, уи иацтәару ацәахәаиаша акынза ибжъоу аурақәа шейкроу.
52. Ишәакәшәыргәгәа иганейкароу ахкәакьта ақәцәантә урт акәакькәа зәапшуа аганқәа ркынза ибжъаоу аурақәа шейкароу.

§5 Агеометиатә ргыларақәа

(Геометрические построения)

38 Ацәахәагыжь

(Окружность)

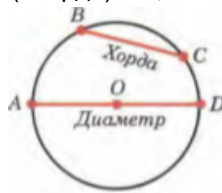
Ацәахәагыжь ахьзуп ақьақсра иқәу агеометриатә пшыфра, излашыақәгылоу акәаққәа зегы иалкаау кәақк еикараны еицадгоу. Уи иалкаау акәақ - агәта (центр) ахьзуп.

Ацәахәагыжь иатәу иарбан кәақзаалак ақынтә агәтанза ибжьоу аурә—аха (арадиус) ахьзуп (асахьа 90). Иарбан ацәахәаиашазаалак ахцәаха, ацәахәагыжь акәаққәа оба еимаздо — аҕаццәа (хорда) ахьзуп. Аҕаццәа ацәахәагыжь агәта иалсуа — агәтаза (адиаметр) ахьзуп.

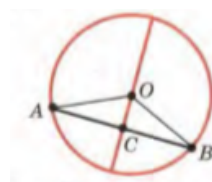
Асахьа 91 ағы иарбоуп аҕаццәа (ахорда) BC, агәтаза (адиаметр) AD.



Асахьа 90



Асахьа 91



Асахьа 92

Ахәсабтәы (3). Ишыақәшәыргәгәа ацәахәагыжь агәтаза аҕаццәа агәта иалсуа, уи аҕаццәа ишахагәцәу.

Аахәсбра.

Иахцәап, АВ ацәахәагыжь аҕаццәа ауп, акәақ С, уи агәта (асахьа 92).

Ахкәакьта АОВ аварейкара ахкәакьта шыаҕас АВ змоу ауп. Уи ақны аганқәа ОАи ОВи еикароуп, ацәахәагыжь ахәк (арадиуск) ахәсаб ала.



Аварейкара ахкәакьта ақәцәантә ашыаҕахь инашьту агәтылс, уи ашыаҕа иахагәцәуп, еикараны иашоит, ахкәакьтагы иагыаҳаракыроуп.

Абасала, ацәахәагыжь агәтаза аҕаццәа агәта иалсуа, уи аҕаццәа иахагәцәуп.

39 Ахкөөкътә иафыкөышоу ацәахәагьежъ (Окружность, описанная около треугольника).

Ахкөөкътә иафыкөышоу ацәахәагьежъ ахзуп, ахкөөкътә ақәцәақәа ахпагы ирылсуазар ацәахәагьежъ.

Аҟқапшаах

5.1

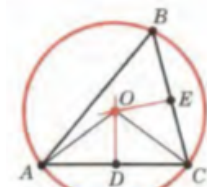
Ацәахәагьежъ, ахкөөкътә иафыкөышоу агәтә, уи ахкөөкътә аганқәа рыгәтәнытәи ахагәцәкәа реихцәарстоуп.

(Центр окружности, описанной около треугольника, является точкой пересечения перпендикуляров к сторонам треугольника, проведённых через середину этих сторон).

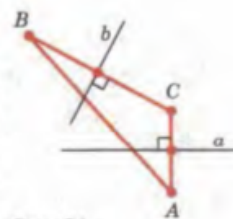
Ашьақьырғәғәара.

Иаххәап, иаһамоуп ахкөөкътә ABC иафыкөышоу ацәахәагьежъ гәтас О змоу (асахьа 93).

Ахкөөкътә АОС аварейкароуп, избанзар уи аганқәа ОАи, ОСи еикароуп аҳак (арадиуск) аҳасаб ала. Уи ахкөөкътә агәтылс OD - ахкөөкътә АОС аган AC иаҳаракыроп. Ус анакәха, ацәахәагьежъ агәтәтә кәап, уи ахкөөкътә аган AC иахагәцәны агәтә иалсуа ацәахәа акны икоуп. Иара убас, ахкөөкътә егырт аганқәа рзынгы ашьақьырғәғәара алшоит. Аҟқапшаах шьақьырғәғәоуп.



Асахьа 93



Асахьа 94

Азгәаҟарак.

Ацәахәаиаша ахцәаха иахагәцәны, агәтәгы иалсуа – агәтәнытәи ахагәцәы (серединный перпендикуляр) ахзуп. Ари инамаданы, хыхь аҟқапшаах шьақәца-гас иазыкаҳдаз, абасала ахәара алшоит: «ахкөөкътә иафыкөышоу ацәахәагьежъ агәтә, уи ахкөөкътә аганқәа рыгәтәнытәи ахагәцәкәа иреихцәарстоуп».

Аҳасабтәы (6). Ишьақьырғәғәа, ахкөөкътә аганқәа оба рыгәтәнытәи ахагәцәкәа шеихцәо.

Аҳасабра.

Иказааит ахкөөкътә ABC измоу ганқәас АСи ВСи, рыгәтәнытә хәгәцәкәас ацәахәаиашақәа $\alpha_{и}$, $b_{и}$ (асахьа 94). Иаххәап, ацәахәаиашақәа $\alpha_{и}$, $b_{и}$ еихцәазом. Урт еихымцәозар, кьапсрак еицықәуп азы, еицтәархар ауп. Аха, ацәахәаиаша АС ацәахәаиаша α иахагәцәуп, ус акәзар, ацәахәаиаша b -гы иахагәцәызароуп. Уи калашьа амазам, избанзар, b ахкөөкътә аганқәа еихцәо руак СВ иахагәцәуп.

Аиҟагылара кәлеит. Иалаагалаз агәаанәгара иашам, ацәахәаиашақәа $\alpha_{и}$, $b_{и}$ еихцәоит. Аҟқапшаах шьақьырғәғәоуп.

40 Ацѣахѣагежъ адкысла

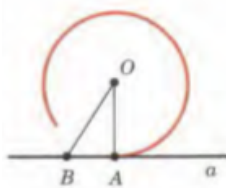
(Касательная к окружности)

Ацѣахѣаиаша, ацѣахѣагежъ иатѣу кѣапк иалсуа, уи акѣап зтѣу ахѣ (арадиус) иахагѣѣнгы – ацѣахѣагежъ адкысла (касательная) ахъзуп. Уи акѣап адкыслартатѣ кѣап (точка касания) ахъзуп.

Асахъа 95 акны, ацѣахѣагежъ иатѣу акѣап А иалсны ицѣит ацѣахѣаиаша α ахѣ (арадиус) ОА иахагѣѣны. Ацѣахѣаиаша α ацѣахѣагежъ иакысуеит (иадкыслоит). Акѣап А адкыслартатѣ кѣапуп. Иаххѣаргы ахѣароа алшоит, ацѣахѣагежъ ацѣахѣаиаша α иадкысдоит акѣап А акны хѣа.



Асахъа 95.

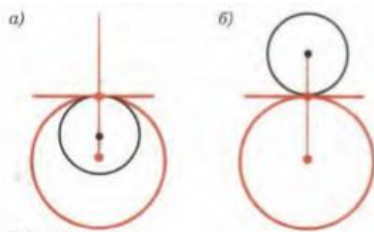


Асахъа 96.

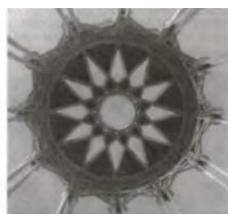
Ахѣабтѣ (8). Ишъакѣшѣыргѣгѣа адкысла цѣахѣаиаша иахадкысло ада азеипш кѣап ацѣахѣагежъаѣ ишамам. (Ари ахѣабтѣ арбазам ахѣабтѣхѣа ркны А. Ч.).

Ахѣабра. Иказаит ацѣахѣаиаша α ацѣахѣагежъ иатѣу акѣап А акны иадкысло (асахъа 96). Иаххѣап, адкыслеи ацѣахѣагежъи акѣап А адагы ирымѣуп азеипш кѣап В акѣап А иакѣымшѣо икѣоу. Ахкѣакъта АОВ аварейкара ахкѣакъта шъатас АВ змоу ауп. Уи аганкѣа ОАи ОВи ацѣахѣагежъ ахѣахѣа (арадиусхѣа) роуп. Ишаадыруа ала, аварейкара ахкѣакътаѣы ашъата иавоу акѣакъкѣа еикароуп. Ихамѣоу ахкѣакътаѣы акѣакъ А икѣакъиашѣоу ауп, адкысла захъзу аказшъала. Ус анакѣа, ахкѣакъта АОВ ϕ - кѣакъиашак амоуп. Уи калашъа амазам. Аиѣагылара калѣит уи ала, ахѣабтѣ ацѣакы шиашѣоу ырцабыргоуп.

Ацѣахѣагежъкѣа ϕ ба зѣипш кѣапк змоу видкыслоит (касаются), ирымазар уи акѣапѣы азеипш адкысла (97). Ацѣахѣагежъкѣа оньцкала аидкыслакѣа (внутреннее касание) рыхѣзуп, урт рыгѣтатѣ кѣапкѣа аидкысларатѣ кѣап иаѣнырцшны ганкахъала иказар (асахъа 97, а). Ацѣахѣагежъкѣа антъцла аидкыслакѣа (внешнее касание) рыхѣзуп, урт рыгѣтатѣ кѣапкѣа аидкысларатѣ кѣап иаѣырцшны ихаз-хазу аганкѣа рахъ ала иказар (асахъа 97, б).



Асахъа 97.



41 Ахкэакыта итакэыршоу ацэахэагыежъ (Окружность, вписанная в треугольник).

Ахкэакыта итакэыршоу ацэахэагыежъ ахзуп, ацэахэагыежъ ахкэакыта аганкэа ахпагы иркысуа.

Апқапшаах

5.2

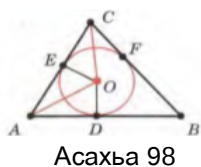
Ахкэакыта итакэыршоу ацэахэагыежъ агэта, уи ахкэакыта акэакыеиошагакэа иреихцэартатэ кэапуп.

(*Центр окружности, вписанный в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис*).

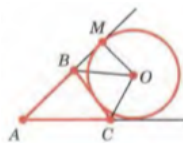
Ашыақырғэғара.

Иаххэап ихамоуп ахкэакыта ABC итакэыршоу ацэахэагыежъ гэтас О змоу, уи иатэу акэапкэа D, E, F ахкэакыта аганкэа ирыдкысло икоу (асахыа 98).

Икэакыиашоу ахкэакытакэа АОДи, АОЕи азеипш ганс ОА рымоуп, уи адагы, аганкэа ОДи ОЕи еикароуп, ацэахэагыежъ иахауп. Абасала, икэакыиашоу ахкэакытакэа реикарара ачыдаказшыарала арт ахкэакытакэа еикоруп. Ахкэакытакэа реикарара ала, акэакыкэа ДАОи, ЕАОи еикароуп. Ус акэзар, акэап О ахкэакыта ақэцэа А иалсуа акэакыеиошага икэуп.



Асахыа 98



Асахыа 99

Ари шышыақырғэғараз еипш ашыақырғэғара алшоит егырт аганкэа рзынгы. Апқапшаах шыақырғэғеоуп.

Ахкэакыта антыцла итакэыршоу ацэахэагыежъ ахзуп, ахкэакыта адэахыала аюганк иахрыццоу иркысуа ацэахэагыежъ, (асахыа 99). Иарбан хкэакытазаалак азын ус икоу ацэахэагыежыкэа хпа ыкоуп.

Антыцла итакэыршоу ацэахэагыежъ атыхразы, ахкэакыта ABC антыцти акэакыкэа рыкэцэантэ акэакыеиошагакэа алырдоит. Урт реихцэарстағы икалоит ацэахэагыежъ агэтатэ кэап. Убас антыцтэи итакэыршоу ацэахэагыежъ иагэтоуп асахыа 99 ағы иарбоу акэап О. Уи ахкэакыта ABC ақэцэатэ кэакы А иадым антыцтэи акэакыкэа реиошагакэа ВОи, СОи реихцэарстоуп. Уи ацэахэагыежъ ахас (*радиус*) иамоуп ахагэцэы ОМ ацэахэа АВ ахы инашыту.



42 Изакезыеи аргыларатә ҳасабрақәа

(Что такое задачи на построение).

Аргыларатә ҳасабрақәа ҳәа рзаҳхәоит, аҗыхгатә маругақәа рыла, агометриатә җшынрақәа реибыташыа ашыақыргылара. Аҗыхгатә маругақәас еихаразак ахархәара змоу ацәаҳәалдагеи (*алинекеи*) аҳагеи (*ациркульи*) роуп. Аргыларатә ҳасабрақәа, уи айбытара аҗацара адагы еибытоу зызку аҗазшыа шаанарҗшуа шыақыргәғәатәуп.

Аҳасбтәы ҳасабуп ҳәа иҗхәзоуп иарбазар аҗшынра айбыташыеи уи айбыташыа ала ишыақыргылаз аҗшынра иҗабыргны ишымәаҗнаго изызку аҗазшыа ырҗабыргзар. Маругак аҳасабла, ацәаҳәалдага иалшоит: иарбан цәаҳәазаалак алдара иҗоу аҗәаҗ аҗны ма а-кәаҗк ацәаҳәа рыбжьдара (*ацәаҳәалдага зейҗшроу, ейҗшуп иалырдо ацәаҳәагы. Ацәаҳәаиаша алдагоуп ара ҳазлацәажәо. А. Ч.*). Ацәаҳәалдагала уаҳа әеа еибытара аҗацара залшозом. Ацәаҳәалдага ашәаганҗа амазаргы иарбан аднышәалазаалак зынза ииашаны, гҗа амамкәа җаҗашыа мазам, уи азын агеометритә ргыларақәа раан ацәаҳәалдагала иҗаҗоу ииашоуп ҳәа ашыақыргәғәара калазом.



Асахыа 100

Аҳага (*ациркуль*) агеометриатә маругак аҳасаб ала идыру кәаҗк аҗны, идыру аҳаҗ (*арадиуск*) змоу цәаҳәагьежь алдара алнаршоит. Аҳагала иҗалоит идыру ахҗәаха, ацәаҳәаиаша иатәу кәаҗк аҗынтә аднышәалара. Хрыхәаҗшып имариазақәоу агеометриатә җшынрақәа реибаркышыақәа (*рыргылашыақәа*).

43 Иҗоу аганқәа рыла ахкәакьта аргылара

(Построение треугольника с заданными сторонами).

Аҳасбтәы 5.1. Еибышәта ахкәакьта ганқәас измоу идыру ахҗәахақәа **a, b, c** (асахыа 100, а).

Аҳасабра. Ацәаҳәалдага ҳаҗырхрааны иалаадап ацәаҳәаиаша, уи аҗны иалххып иарбан кәаҗзаалак аҗы, иаххәап В (асахыа 100, б). Аҳага (*ациркуль*) азшыапык аҗәаҗ В иаҗыргыланы, аиҗыхра **a** иаҗаратәны иҗаххып ацәаҳәагьежь. Иаххәап, уи ацәаҳәагьежь, заҳа (*зрадиус*) **a** иҗароу, иалаадаз ацәаҳәаиаша еихнаҗәоит (*оыҗьара, аха иалаххып руак. А. Ч.*) кәаҗк, уи С ҳәа иаҳарбаип.

Шьта аҳага аиҗыхра **c** иаҗаратәны, еиҗах аҗәаҗ В гәҗас иҗаҗаны, иалаадап ацәаҳәагьежь, анаос аҳага аиҗыхра **b** иаҗаратәны, гәҗас аҗәаҗ С җаҗаны, иалаадап ацәаҳәагьежь. Иаххәап, арҗ ацәаҳәагьежькәа (*иалаадаз ацәаҳәаиаша азымәарак ала. А. Ч.*) ирейхҗәарсҗахеит аҗәаҗ А. Шьта иалаадап ахҗәахақәа АВ_и АС_и. Уи иҗалаз ахкәакьта ABC иамоуп ганқәас **a, b, c** ираҗарақәоу. Иҳаргыларҗ иахҗахызгы уи ауп.

44. Икоу иакароу акэакь аргылра

(Построение угла, равное данному)

Ахасабтэы 5.2. Ацэахэаиашабжа азымдарак икоу акьацсбжафы ишэыргыла (еибышэта) акэакь икоу иакароу.

Ахасабра. Иаххэап, ихамоуп акэакь A_i ацэахэаиашабжа a_i . Ихамоу акэакь иатэу ақэцэтэ кэаф A , гэтэк еипш иалхны иалаадап ацэахэагыжь (асахэа 101, а). Иаххэап, акэафкэа B_i , C_i уи ацэахэагыжь акэакь аганкэа ахеихнатэцэаз ауп хэа.



Асахэа 101

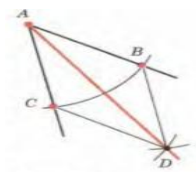
Шьта ихамоу ацэахэаиашабжа алагамтэтэ кэаф O гэтэс икацаны, иалаадап ацэахэагыжь ахэс (арадиусс) измоу ахцэаха AB иакароу (асахэа 101, б). Ацэахэагыжь ацэахэаиашабжа ахеихнатэцэаз акэаф B_1 хэа иазгэахтэп. Акэаф B_1 гэтэс иалхны иалаадап ацэахэагыжь ахэс (арадиусс) измоу BC . Иалаадаз ацэахэагыжькэа реихтэарстэтэ кэафк C_1 , ихамоу акэакь ихьыкоу акьацсрабжа ахь ала иалххып. Акэакькэа реикара ашыақыргэгэаразы иазгэахтэп ахкэакьтакэа ABC_i , OB_1C_{1i} шейкароу, еишыашэалоу аганкэа реикаралала (ахтэтэи аказшыа-чыдарала). Ус анакэа, акэакькэа O_i , A_i еикароу ахкэакьтакэа ркны еишыа-шэалоу кэакькэоуп - еикароуп.

45 Акэакьеиошага аргылар

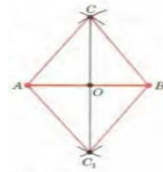
(Построение биссектрисы угла)

Ахасабтэы 5.3. Ишэыргыл акэакьеиошага.

Ахасабра. Ихамоу акэакь ақэцэа A гэтэк еипш икацаны иалаадап ацэахэа-гыжь заха (зрадиус) изакаразаалак «пытк» ыкоу (асахэа 102). Уи ацэахэагыжь, акэакь аганкэа еихнатэоит, иаххэап, акэафкэа B_i , C_i ркны. Акэафкэа B_i , C_i гэтэцэас икацаны, иалаадап ацэахэагыжькэа џба ахэс змоу пхьан иалаадаз ацэахэагыжь аха иакароу (Уи аха иакарамзаргы калоит, аха ара хзышьтоу ашыақыргэгэара арманшэаларазы иакароу алхуп. А. Ч.). Урт ацэахэагыжькэа џыцъара еихтэцэоит акэафкэа D_i , A_i ркны. Реихтэарстэтэ кэафкэа цэахэаи-ашала еимадазар, ишыақылылоит ахкэакьтакэа CAD_i , BAD_i зываракэа еикароу, азеипшыаатэс AD змоу. Ахкэакьтакэа реикара актэтэи аказшыа-чыдарала еишыашэалоу акэакькэа еикароуп уи ала, акэакькэа CAD_i , BAD_i еикароуп. Абасала, ақэцэтэ кэакь A ацэахэаиаша AD еикараны иашоит. Аргылар



Асахья 102



Асахья 103

46. Ахцѐаха еикараны аиѐшара

(Деление отрезка попалам).

Ахасабтѐы 5.4. Ахцѐаха еикараны ишѐша.

Ахасабра. Иаххѐап, ихамоуп ахцѐаха AB (асахья 103). Уи анцѐамтѐтѐ кѐапкѐа A и B и, агѐтѐтѐ кѐапкѐак реипш икатцаны иалаадап ацѐхѐагѐежкѐа ахас (арадиусс) измоу ахцѐаха AB аура иакароу (*ахас икалоит зоура AB абжае ихау. А. Ч.*). Урт ацѐахѐагѐежкѐа реихцѐарстѐа ракѐзааит акѐапкѐа C и, $C_{1и}$. Урт акѐапкѐа ахцѐаха AB зкѐу ацѐахѐаиаша иѐфнырцшны ихаз – хазу аѐаѐсбжакѐа ркны икоуп. Ахцѐаха CC_1 ацѐахѐаиаша AB еихнатѐоит акѐап O аѐны. Уи акѐап ахцѐаха AB агѐта ауп. Ихарцабыргып уи.

Иашацѐѐкѐаны, ахкѐакѐтѐа $SAC_{1и}$, $SBC_{1и}$ еикароуп ахкѐакѐтѐа реикарара ахпѐтѐи аѐазшѐацѐидарала. Ахкѐакѐтѐагѐы $ASO_{и}$, $BSO_{и}$ еикароуп ахкѐакѐтѐа реикарара актѐи аѐазшѐацѐидарала. Аганкѐа $OA_{и}$ $OB_{и}$ еишѐашѐалоу роуп, уи ала еикароуп. Абасала, акѐап O ахцѐаха AB агѐта ауп.

47 Иагѐцѐу цѐахѐаиаша аргылар

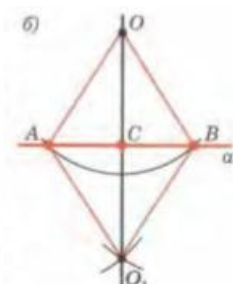
(Построение перпендикулярной прямой)

Ахасабтѐы 5.5. Иаххѐап, ихамоуп акѐап $O_{и}$, ацѐахѐаиаша $\alpha_{и}$. Акѐап O аѐны иалдатѐуп ацѐахѐаиаша α иахагѐцѐу.

Ахасабра. Икалар алшоит аѐагылазаашѐа α ба: 1) акѐап O ацѐахѐаиаша α ианатѐу; 2) акѐап O ацѐахѐаиаша α ианатѐым.

Хѐахѐапшып актѐи аѐагылазаашѐа (асахья 104, а).

Акѐап O аѐынтѐи иалаадап цѐахѐагѐежкѐык. Уи ацѐахѐаиаша α еихнатѐоит ω -кѐапкѐак $A_{и}$, $B_{и}$ ркны. Акѐапкѐа $A_{и}$, $B_{и}$ ркынтѐ иалаадап ацѐахѐагѐежкѐа ахас (радиусс) AB змоу. Иаххѐап, урт реихцѐарстѐтѐ кѐапкѐа ируакуп C . Хзышьѐоу ацѐахѐаиаша акѐапкѐа $C_{и}$ $O_{и}$ ирылсуеит. Ахкѐакѐтѐа $ASO_{и}$ $BSO_{и}$ реикарара ахпѐтѐи аѐазшѐацѐидара ишѐаѐѐнатѐоит (следует). Акѐакѐкѐа $ASO_{и}$ $BSO_{и}$ реикарара ишѐаѐѐнатѐоит ацѐахѐаиаша $AB_{и}$ $CO_{и}$ реихагѐцѐара.



Асахъа 105

Акәаҗ С ала иахәрбап аҗәахәиашақәа АВ_и, ОО_{1и} реихцәарстә. Ахкәакьтақәа АОВ_и АО_{1В}_и еикароуп ахкәакьтақәа реикарара ахпәтәи аказшьаҗыдарала. Абасала, акәакь ОАС акәакь О₁АС иаҗароуп ахкәакьтақәа реикарара актәи аказшьаҗыдарала. Уи иаанагәт акәакь АСО_и АСО₁ еикароуп хәа. Аха урт еиду кәакьқәоуп уи ала, урт кәакьиашақәоуп. Абасала, аҗәахәиаша ОС акәаҗ О иалсуа аҗәахәиаша **α** иахагәцәоуп.

(Геометрическое место точек)

Анаос хэзлацэажэо акыр зцэзкуа гқапшаахуп, уи агеметриатэ айпшказшьара
аазыпшуа акэапкэа ирызку апқапшаахкэа ируакуп.

5.3

Агеометриатә аицшказшьара аадырпшуеит еикараны о-кәапк ирыдгоу, урт акәапқәа еимаздо ахцәаха иахагәцәны агәтә иалсуа ацәәхәаиаша иатәу акәапқәа зегьы..

(Геометрическое место точек, равноудалённых от двух данных точек, есть прямая, перпендикулярная отрезку, соединяющему эти точки, и проходящая через его середину).

Ашьақәырғәғәара.

Иаххәап, ихамоуп акәапқәа оба A и B и, урт акәапқәа емаздо ахцәаха AB иахагәцәны агәтәтә кәап O иалсуа ацәәхәаиаша α (асахьа 105).

Ишьақәырғәғәатәуп:

1). Иарбан кәапзаалк ацәәхәаиаша α иатәу, ихамоу акәапқәа A и, B и еикараны ирыдгоуп;

2). Иарбан кәапзаалк D ақьақсра иатәу, акәапқәа A и, B и еикараны ирыдгоу, уи ацәәхәаиаша α иатәуп.

Ацәәхәаиаша α иатәу акәапқәа C - қәа зегьы еикараны акәапқәа A и, B и ишрыдгоу ишьтрақәнацоит *(следует)* ахкәакьтақәа AO Си, BO Си реикарара. Урт ахкәәтақәа рықәцәатә кәап O иатәу акәакьқәа икәакьиашақәоуп, аган OC рзеицшуп, $AO = OB$, избанзар акәап O ахцәаха AB иагәтоуп.

Шьта ишьақәхарғәғәап, иарбан кәапзаалак D ақьақсра иатәу, акәапқәа A и, B и еикараны ирыдгоу ацәәхәаиаша α ишатәу. Итәхдаап ахкәакьта ADB . Уи аварейкара ахкәакьта ауп, избанзар $AD = BD$, ахцәаха DO игәтылсуп. Аварейкара ахкәакьта ақазшьала, уи ашьатахь инашьту агәтылс, ахкәакьта иахаракыроуп. Уи иаанагоит, акәап D ацәәхәаиаша α иатәуп. Аққапшаах шьақәырғәғәоуп.

Аҳасабтәы (43). Ишьақәшәырғәғәа: 1) иарбан хкәакьтазаалак ацәәхәагьежь афькәыршара алшоит, уи затәыкуп. 2) иарбан цәәхәагьежьзаалак ахкәакьта атакәыршара алшоит, уи затәыкуп.

Аҳасабра. 1) Акәап O ала иахарбап, ахкәакьта аганқәа AC и, BC и рыгәтә-нынтәи ахагәцқәа реихцәарста (шәахәапш асахьа 93). Агеометриала аицшказшьара змоу акәапқәа ирызку аққапшаах ала, акәап O еикараны ирыдгоуп ақәцәатә акәапқәа A и, C и, иара убас ақәцәатә акәапқәа B и, C и. Уи иаанагоит, акәап O ахкәакьта ақәцәатә кәапқәа еикараны ирыдгоуп, убас аган AC игәтәнытәу ахагәцәы иқәуп. Убри ала, иарбан хкәакьтазаалак ацәәхәа-гьежь афькәыршара алшоит. Аха ахкәакьта аганқәа рыгәтәнытәи ахагәцқәа кәапк ақныоуп иахеихцәо, уи ала иафькәыршоу цәәхәагьежьык ауп икоу.

2)- тәи аҳәамта ашьақәырғәғәаразы шәахәапш аҳасабтә 48 аҳасабшьа (ахәтақ 35 афь иарбоу).

Азгәатарак. Уаанза ишьақәхарғәғәахьан ахкәакьта акәакьеиошагақәа кәапк ақны ишеихцәо (ахәтақ 35). Шьта иаабоит ахкәакьта аганқәа рыгәтантәи

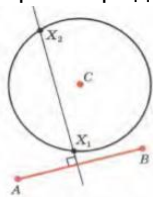
ахагәцәкәа кәапк аҕны ишеихцәо. Ара еилхаргаз актәи аихцәарстатә кәап, уи ахкәакьта иҕакәыршоу ацәахәагьежь агәтоуп, аобатәи - ахкәакьта иафькәыршоу ацәахәагьежь агәтоуп.

49 Агеометриала аипшказшыаратә знеишыа

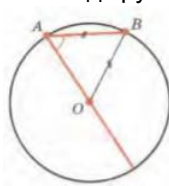
(Метод геометрических мест)

Агеометриатә ргыларакәа рымоапгараан ахархәара рымоуп агеометриатә аипшказшыара аазырпшуа аҕшынакәа. Иаххәап, аргылара иазку ахәсабтә ахәсабраз ипшаатәуп убас икоу акәап X еиуеипшым ω -тагылазаашьақ ирнаало еицыртәны, аха зцакы зымпсахуа икоу, даеакала иаххәозар, уи акәап агеометриатә аипшказшыара аазырпшуа аҕшына F_1 ишатәу еипш, даеа агеометриатә аипшказшыара аазырпшуа аҕшына F_2 гыи иатәуп. Уи ахәсабрәтә бызшәала иаанаго аҕшынакәа $F_{1и}$, $F_{2и}$ ирзеипшу акәап ма акәапкәа пшаатәуп хәа ауп. Ус икоу имариоу агеометриатә пшынакәа (иаххәап, ацәахәиашақәа, ацәахәагьежь-кәа) ракәзар, урт рыргылара мариоуп, ипшаатәу акәап X аҕшаара мариахоит. Иаагап афьрпштәы,

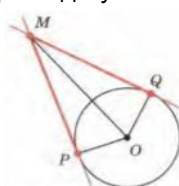
Ахәсабтәы (45). Ихамоуп x -кәапк, A, B, C . Ишәыпшаа акәап X акәапкәа $Аи$ $Ви$ еикараны ирыдгоу, акәап C гыи идыру аурак акара иадгоу



Асахьа 106



Асахьа 107



Асахьа 108

Ахәсабра.

Хзышьтоу акәап X , ахәсабтә азыххәаала, иамазар ауп аҕагылазаашьақәа ω ба:

- 1) уи акәапкәа $Аи$ $Ви$ еикараны ирыдгазар ауп,
- 2) идыру аурак иакараны акәап C иадгазар ауп.

Ахәсабра актәи взыххәаас иамоу ала, (ишышыақәаргылахьоу ала) ахцәаха AB иахагәцәны агәта иалсуа ацәахәаиашоуп ипшаатәу (асахьа 106).

Ахәсабра аобатәи азыххәаала, ацәахәагьежь ахәс (*арадисс*) идыру аура змоу, зыгәта акәап C аҕны икоу ауп. Хзышьтоу акәап X , урт аҕеометриала аипшказшыақәа змоу аҕшынакәа реихцәарстатә кәапкәа роуп.

Аҕышәаратә зцаарақәа

1. Изахьзузеи ацәахәагьежь, агәта, аха (*арадиус*)?
2. Изакеьзеи ацәахәагьежь аҕацәа (*ахорда*)? Иарбан аҕацәоу агәтаза (*адиаметр*) захьзу?
3. Иарбан цәахәагьежь ахкәакьта иафькәыршоу захьзу?
4. Ишыақәшәырғәгәа ацәахәагьежь агәта, уи иҕакәышоу ахкәакьта аганкәа рыгәтәнытәи ахагәцәкәа реихцәарстатә кәап шакеу.

5. Иарбан цөахэаиашоу ацөахэагьежь иадкысло захьзу?
6. Иатцанакуеи ахэамта «ацөахэагьежькэа абри акөапае еидкыслоит»?
7. Иарбан еидкысларақөу изыхьзу, аоныцкәтәи, антыцтәи?
8. Иарбан цөахэагьежью ахкөакьта итәкөыршоуп захьзу?
9. Ишьақәшөыргәгәа ацөахэагьежь агәта уи изөыкөыршоу ахкөакьта ақәцәтө көакькэа реиошагақәа реихцәарстәтө кәап шакөу.
10. Ихәилшөырка ргылашьас иамоу ахкөакьта, идыру х - ганк рыла
11. Ихәилшөыркаа ацөахэаиашабжа зқәу акьапсбжафөы ацөахэаиашабжа иадшәаланы идыру акөакь иакароу аргылашьа.
12. Ихәилшөыркаа икоу акөакь еикараны аиошашьа.
13. Ихәилшөыркаа ахцөаха еикараны аиошашьа.
14. Ихәилшөыркаа икоу акөап иалсуа ацөахэаиаша иахагәцөны ацөахэаиаша алдашьа.
15. Изөицшроузеи еикараны ө - кәапк ирыдганы икақөу агеометриала аипшказшьара змоу акөапкәа?
16. Иарбан геометриатө пшынрақөу афотосахьақәа §5 иатцанакуа акны шөара ижәбө? Иаажөга шөара шөхатөы фырцштөкәа.

Ахәабтөкәа

Ахәтач 38

1. Ишьақәшөыргәгәа иарбан шөахэацзаалак ацөахэагьежь агәта иахылцуа, уи ацөахэагьежь кәапк ишалсуа.
2. Ишьақәшөыргәгәа иарбан цөахэаиашазаалак ацөахэагьежь агәта иалсуа, уи ацөахэагьежь шеихнатцөо акөапкәа өба ркны.
3. Ишьақәшөыргәгәа ацөахэагьежь агәтаза аәапцөа агәта иалсуа, уи аәапцөа ишахагәцөу.
4. Ишьақәшөышөца иагышьақәшөыргәгәа аңқапшаах ахәабтө 3 - төи ишьақәнаргәгәо иазаархөу аңқапшаах.
5. 1). Ацөахэагьежь иатөу акөап акынтөи иалдоуп агәтазеи, аха (*арадиус*) иакароу аәапцөеи. Ишөыпшаа урт ирыбжьаку акөакь (асахьа 107).
- 2). Ацөахэагьежь иатөу акөап акынтө иалдоуп аәапапцөақәа өба, аха иакара-көу. Ишөыпшаа урт ирыбжьаку акөакь.

Ахәтач 39

6. Ишьақәшөыргәгәа ахкөакьта аганкәа өба рыгәтанытөи ахагәцөкәа шеихцөо.
7. Ишьақәшөыргәгәа иарбан хкөакьтазаалак ацөахэагьежь атәкөыршара шалшо, иагышызатцөу.

Ахәтач 40

8. 1). Изалшома ацөахэагьежь ацөахэаиаша оыцъара адкыслара? Атак хәилшөыркаа.
- 2). Ишьақәшөыргәгәа ацөахэагьежь иадкысло ацөахэаиаша кәапк ада адкысырта шамам.
9. Иарбан көакькөу ишьақәнаргыло ацөахэагьежь аха иакароу аәапцөа АВи адкьслөи, ацөахэагьежь иахадкысло кәап А акны.
10. Ишөыпшаа акөакькәа, аәапцөа аха иакароу антөамтақәа ркны ацөахэагьежь иадкысло ирыбжьоу.

11. Ацәахәагъежкәа захақәа (арадиусқәа) 30 см 40 см иакарақәоу еидкыислоит. Ишәыпшаа ацәахәагъежкәа рыгәтақәа: антџџтәии, аоныџџкатәии аидкыислара аныкоу.

12. Изеидкыислома ацәахәагъежкәа рахақәа (ррадиусқәа) 25 см 50 см иака-разар, рыгәтақәа ырыбжьоу 60 см ыказар?

13. 1). Акәапқәа А, В, С ацәахәаиаша иқәуп, акәап О ацәахәаиаша иатәзам. Изалшома ахкәакытақәа АОВи ВОСи аварейкарақәаны, шытақәас АВи ВСи рыманы акалара? Ихәилшәыркаа атак.

2). Изалшома ацәахәагъежкәа ацәахәаиашеи өкәапк ирейханы аихтәарстақәа рымазаара?

14. 1). Ацәахәагъежкәа гәтақәас измоу $O_{и}$ $O_{1и}$ еихтәоит акәапқәа Аи Ви ркны. Ишыақәшәыргәгәа ацәахәаиаша АВ ацәахәаиаша OO_1 ишахагәтәу.

2). Ишыақәшәыргәгәа ө-цәахәагъежкәа ө - кәапк ирейханы аихтәарстақәа шымам.

15. 1). Ацәахәагъежкәа иатәу акәап А иалдоуп ацәахәаиаша ацәахәагъежкәа гәтас О змоу иакымысуа. Ахтәаха ОВ, уи ацәахәаиаша иахагәтәу. Ахтәаха АВ иахацтәоу иадшәалоуп ахтәаха ВС ахтәаха АВ иакароу. Ишыақәшәыргәгәа акәап С, уи ацәахәагъежкәа ишатәу.

2). Ишыақәшәыргәгәа ацәахәаиаша иамазар кәапзаткык ацәахәагъежкәа иатәу, ускан уи акәапәфы ацәахәаиаша ацәахәагъежкәа ишадкыисло.

3). Ишыақәшәыргәгәа ацәахәагъежкәа өба ирымазар азеипш кәапзаткык, ускан урт уи акәап акны ишеидкыисло.

16. 1). Кәапк акынтәи иалдоуп ацәахәаиашақәа өба ацәахәагъежкәа иадкыисло (асахыа 106). Ишыақәшәыргәгәа урт адкыислақәа рыхтәахақәа МРи МQi шейкароу.

2). Ишыақәшәыргәгәа кәапк иалсны ацәахәагъежкәа ахы инеиуа адкыислақәа өба ирейханы ишыкам.

Ахәтақ 41

17. Зганқәа еикароу ахкәакыта ацәахәагъежкәа иафыкәыршоуп, уи аәа цәахәа-гъежкәа итәкәыршоуп. Ишыақәшәыргәгәа урт ацәахәагъежкәа гәтак шеицрымоу.

18. Ацәахәагъежкәа ахкәакыта итәкәыршоу уи ахкәакыта ABC аганқәа ирыдкыислоит акәапқәа A_1 , B_1 , C_1 ркны (асахыа 109). Ишыақәшәыргәгәа ишыкоу

$$AC_1 = \frac{AB + AC - BC}{2} \text{ хәа.}$$

19. Ишыақәшәыргәгәа иарбан хкәакытазаалак ацәахәагъежкәа атакәыршара шалшо, уи шызатәу.

Ахәтақ 43

20. Ишәыргыл ахкәакыта ахганк a , b , c змоу рыла иказар:

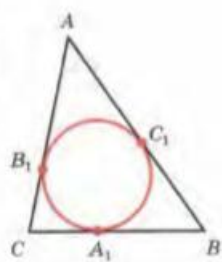
1) $a = 2$ см, $b = 3$ см, $c = 4$ см;

2) $a = 3$ см, $b = 4$ см, $c = 5$ см;

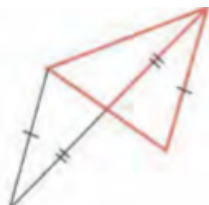
3) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 6$ см;

21. Ишәыргыл ацәахәагъежкәа идыру аха (арадиус) змоу, акәапқәа өба ирылсуа.

22. Ишәыргыл ахкәакыта ө - ганки, уи иафыкәыршоу ацәахәагъежкәа ахаи (арадиуси) рыла.



Асахъа 109



Асахъа 110

Ахѣтаѣ 44

23. Ишѣыргыл ахкѣакъѣта ABC абартъ иѣамоу рыла:

1) ω – ганки, уртъ ирыбжъаку акѣакъи рыла:

а) $AB = 5$ см, $AC = 6$ см, $\angle A = 40^\circ$

б) $AB = 3$ см, $BC = 5$ см, $\angle B = 70^\circ$

2) Ганки уи иаду акѣакъѣа ѡбеи рыла:

а) $AB = 6$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 50^\circ$

3) $AB = 4$ см, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$

24. Ишѣыргыл ахкѣакъѣта аганѣа ѡбеи иреихау аган ѣѣаѣшуа акѣакъи рыла:

1) $a = 6$ см, $b = 4$ см, $\alpha = 70^\circ$

2) $a = 4$ см, $b = 6$ см, $\beta = 100^\circ$

25. Ишѣыргыл аварейкара ахкѣакъѣта аваратѣ гани ашьаѣта иаду акѣакъѣеи рыла.

Ахѣтаѣ 45

26. Ишѣа акѣакъ еиѣараны ѣшьѣѣакны.

27. Ишѣыргыл акѣакъѣа 60° , 30° ираѣараѣѣу.

Ахѣтаѣ 46

28. Иѣамоуп ахкѣакъѣта. Ишѣыргыл уи агѣѣылскѣа.

29. Ишѣыргыл ахкѣакъѣта ω -ганки агѣѣылс азганк ахъ инашьѣуи рыла.

30. Ишѣыргыл ахкѣакъѣта ганки гѣѣылски иаѣыкѣыршоу аѣѣаѣагѣежъ аѣаи (аѣаѣуси) рыла.

31. Ишѣыргыл ахкѣакъѣта ω - ганки ахѣатѣи аган ахъ инашьѣу агѣѣлыси рыла (асахъа 110).

Ахѣтаѣ 47

32. Иѣоуп ахкѣакъѣта. Ишѣыргыл уи аѣараѣыраѣѣа.

33. Ишѣыргыл аѣѣаѣагѣежъ иѣоу ахкѣакъѣта иѣакѣыршоу.

34. Ишѣыргыл аѣѣаѣагѣежъ иѣоу ахкѣакъѣта иаѣыкѣыршоу.

35. Ишѣыргыл иѣѣакъиашоу ахкѣакъѣта агандуи (аѣипотѣнузеи) аганхѣѣѣи (аѣатѣти) рыла.

36. Ишѣыргыл аварейкара ахкѣакъѣта аваратѣ ганки ашьаѣтахъ инашьѣу аѣараѣыреи рыла.

37. Ишѣыргыл ахкѣакъѣта аганѣа ѡбеи ахѣатѣи аганахъ инашьѣу аѣараѣыреи рыла.

38. Ишѣыргыл ахкѣакъѣта аганѣа ѡбеи, аганкахъ инашьѣу аѣараѣыреи рыла.

39. Ишѣыргыл ахкѣакъѣта ганки, уи ахъ инашьѣу аѣараѣыреи агѣѣлыси рыла.

40. Ишѣыргыл аварейкара ахкѣакъѣта ашьаѣѣи иаѣыкѣыршоу аѣѣаѣагѣежъ аѣаи (аѣаѣуси) рыла.

Ахәтәч 48

41. Иҳамоуп ацәахәаиаша. Ишьяқәшәыргәғә h аҕара иадгоу агеометриала аипшказшьара аазырпшуа уи иацтәару ω -цәахәаиашак шракәу.
42. Икоу ацәахәааҕы ишәыпшаа акәап, идыру аурак аҕара иадгоу дааа идыру цәахәаиашак аҕнытә.

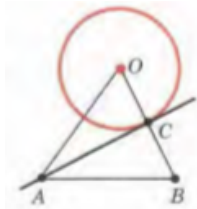
43. Ишьяқәшәыргәғә: 1) иарбан хкәакьтазаалак ацәахәагьеж аҕакәыршара шалшо, уи шызатцәыку. 2) иарбан хкәакьтазаалак ацәахәагьеж аҕыкәыршара шалшо, уи шызатцәыку.
44. Ишьяқәшәыргәғә: 1) Иҳамоу ахкәакьта аҳаракырақәа зықәқәу ацәахәаиаша-қәа, урт ахкәакьта акәцәақәа ирылсо, урт ақәцәақәа зәапшуа аганқәа ирыцтәар-ны иалдақәу ацәахәаиашақәа ишьяқәдыргыло ахкәакьтақәа рганқәа рыгәтанытә хагәцәа шракәу. 2) ахкәакьта аҳаракырақәа ахпагь зықәқәу ацәахәаиашақәа кәапк аҕны ишеихтәо.

Ахәтәч 49

45. Иҳамоуп акәапқәа хҕа А, В, С. Ишьяқәшәыргыл акәап Х акәапқәа Аи Ви еиҕараны ишрыдгоу, уи адагьы, идыру аурак аҕара акәап С ишадгоу.
46. Икоу ацәахәаиашаҕы ишәыпшаа акәап дааа ω - кәапк еиҕараны ирыдгоу.
47. Иҳамоуп акәапқәа цшьба А, В, С, D. Ишәыпшаа акәап Х еиҕараны акәапқәа Аи Ви ирыдгоу. Иара убас - акәапқәагь Си Ди еиҕараны ирыдгоу.
48. Ишәыргыл ахкәакьта идыру агани, уи иаду акәакьы, егьырт аганқәа аоба реицҕеи рыла (асахьа 111).
49. Ишәыргыл ахкәакьта идыру агани, уи иаду акәакьы, егьырт аганқәа аоба реигьрхеи рыла.
50. Ишәыргыл икәакьыашоу ахкәакьта аганхәчыки (*акатетки*) егьы аганхәчыци (*акатети*) агандуи (гипотенузеи) реицҕа рыла..



Асахьа 111



Асахьа 112



Асахьа113

51. Акәап А аҕнытәи ацәахәагьеж гәтас О, аҳас (*радиусс*) R змоу ахь адкьысла алдоуп (асахьа112). Ишьяқәшәыргәғә адкьыслартатә кәап С авареиҕара ахкәакьта ОАВ ашьаҕа ишыкәу иҕазар, $OA = AB$, $OB = 2R$ хәа.
52. Икоу ацәахәагьежқәа аба ирыдкьысло ацәахәаиаша алыжәда (асахәа 113).
53. Ишьяқәшәыргәғә ацәахәаиашақәа ахкәакьта аҳаракырақәа зқәу, урт кәапк аҕны ишеихтәо.

Ахасабтқәа ртәккәеи абжъагаракәеи

§1. 4. Акәапқәа џба цәахәаиаша зацәык ауп ирылсуа.

7. 1) 6 см; 2) 7,7 дм; 3) 18,1 м. **10.** Иатәзам. **11.** Изалшазом. **12.** Ирылшазом. **13.** Ирылшазом. **14.** 0,5 м ма 5,9 м. **15.** 1) $AC = 9$ м, $BC = 6$ м; 2) $AC = 10$ м, $BC = 5$ м; 3) $AC = BC = 7,5$ м; 4) $AC = 6$ м, $BC = 9$ м. **18.** 1), 4), 6) еихнацәоит; 2), 3), 5) еихнацәазом. **19.** Ахцәахақәа 6. **24.** 1) 110° ; 2) 119° ; 3) 179° . **25.** 2), 3) иалшазом. **26.** 1) $\angle(ac) = 45^\circ$, $\angle(bc) = 15^\circ$; 2) $\angle(ac) = 40^\circ$, $\angle(bc) = 20^\circ$; 3) $\angle(ac) = \angle(bc) = 30^\circ$; 4) $\angle(ac) = 24^\circ$, $\angle(bc) = 36^\circ$. **29.** Иказам. **31.** 1) 1,2 м; 2) 2,4 см. **33.** 11 см. **34.** 100° . **36.** $PQ = 6$ см, $PR = 7$ см. **37.** $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 80^\circ$. **39.** В $\triangle ABC$ $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см. **40** икоуп. **42.** икалазом. **43.** Иаузом. **49.** 2) *Абжъагара.* Еимажәда акәапқәа $A_{и}$ $C_{и}$, нас шәхы иашәырхәа ахасабтә 49. 1) ишәакәнарғәғәз. **51.** 1) шәахәапш ахасабтә 30 адырағә иахәо; 2) акәап А иалыжәда ацәахәаиаша α иақәымшәо.

§2. 1. 150° , 135° , 120° , 90° . **2.** 1), 2) ирылшазом; 3) ирылшоит. **4.** 1) 105° , 75° ; 2) 110° , 70° ; 3) 45° , 135° ; 4) 90° , 90° . **5.** 180° , 90° , 120° . **6.** 1) 72° , 108° ; 2) 54° , 126° ; 3) 55° , 125° ; 4) 88° , 92° . **7.** 150° , 150° , 30° . **8.** 130° . **10.** 144° , 36° . **11.** 65° , 115° . **12.** Икәакыашоуп зеггы. **15.** 1) 15° ; 2) 26° ; 3) 86° . **16.** 1) 120° ; 2) 150° ; 3) 178° . **18.** *Абжъагара.* Акәакы аганқәа ихаз –хазу акыапсбжақәа ирықәуп, урт иртәу ацәахәаиаша иафнырпшны. **19.** 90° . **20.** *Абжъагара.* Шәхы иашәырхәа ахасабтә 19 – тәи, аңқапшаах 2.3. **21.** 1) 155° ; 2) 135° ; 3) 105° . **22.** *Абжъагара.* Шәхы иашәырхәа аңқапшаах 1.1. **23.** 1) 20° ; 2) 60° ; 3) 90° . **2.** $\angle(\alpha_1 b) = 120^\circ$, $\angle(\alpha_1 c) = 150^\circ$, $\angle(bc) = 30^\circ$. **25.** 1) 110° ; 2) 175° ; 3) 170° ; 4) 130° . **26.** 1) Избжъысзом; 2) иалшазом.

§3. 8. 0,3 м. **9.** 3,5 м. **10.** 1) 3,2 м, 6,2 м, 6,2 м; 2) 7,2 м, 4,2 м, 4,2 м. **21.** *Абжъагара.* Авареикара ахкәакыта агәтылс аказшыа шәыцшәырхраа. **24.** 3) *Абжъагара.* Акәакыеюшага аура акара ацшәца. **26.** 15 м. **29.** *Абжъагара.* а. Ахасабтә 28 ишәакәнарғәғәо шәыцшәырхраа. **38.** *Абжъагара.* Агәтылсқәа роурақәа ракара рыцшәца. **39.** *Абжъагара.* Агәтылсқәа роурақәа ракара рыцшәца.

§4. 5. Акәакықәа $AB_1C_{1и}$ $AC_1B_{1и}$, акәакықәа $BB_1C_{1и}$ $CC_1B_{1и}$ аоныцкатәи изымфарактәқәоу роуп акәакықәа $AB_1C_{1и}$ $CC_1B_{1и}$, акәакықәа $BB_1C_{1и}$ $AC_1B_{1и}$ аоныцкатәи ицъарреку кәакықәоуп. **7.** Акәакықәа $BCA_{и}$ $DBC_{и}$ аоныцкатәи ицъарреку кәакықәоуп, акәакықәа $CAB_{и}$ $DBA_{и}$ аоныцкатәи изымфарактәқәоу роуп. **14.** 1) 105° , 75° ; 2) 75° . **15.** Х-кәакык хәтацыпхъаза 72° , цшы-кәакык, хәтацыпхъаза 108° . **16.** Изыкалом. **18.** 1) 100° ; 2) 65° ; 3) 35° , 4) 35° . **19.** 1) 30° , 60° , 90° ; 2) 40° , 60° , 80° ; 3) 45° , 60° , 75° ; 4) 48° , 60° , 72° ; 5) 50° , 60° , 70° . **20.** Изалшазом. **21.** Изалшазом. **22.** 1) 100° ; 2) 70° ; 3) 36° . **23.** 1) 50° ; 2) 30° ; 3) 75° . **24.** 40° , 40° . **25.** $70^\circ_{и}$ $40^\circ_{и}$ ма $55^\circ_{и}$, $55^\circ_{и}$. **27.** 1) 80° , 80° , 20° ; 2) 70° , 70° , 40° ; 3) акәакықәа џба $120^\circ - \frac{2}{8}\alpha$. Итакароуп, акы $\frac{4}{3}\alpha - 60^\circ$. **29.** 1) 105° ; 2) $180^\circ - \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$; 3) 155° ; 4) $90^\circ - \frac{\gamma}{2}$. **31.** 90° . **32.** 110° , 35° , 35° . **33.** 60° , 30° , 90° . **34.** 110° . **36.** Акәап А. **38.** 60° . **39.** $\angle D = \frac{\angle A}{2}$,

$\angle E = \frac{\angle C}{2}$, $\angle DBE = \angle B + \frac{\angle A + \angle C}{2}$. 40. 140° , 10° . 41. 1) 20° ; 2) 65° ; 3) α . 42.

Ахкөөкьта ABD акөөкькөө: $\angle A = \alpha$, $\angle D = 90^\circ$, $\angle B = 90^\circ - \alpha$; ахкөөкьта CBD акөөкькөө: $\angle D = 90^\circ$, $\angle B = \alpha + \beta - 90^\circ$, $\angle C = 180^\circ - \alpha - \beta$. 44. 90° , 45° , 45° . 45. $\angle D = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. 46. 150° . 47. 90° .

§5. 1. Абжъагара. Ашөөхөөц иадшөөшөөла ахцөөаха аха иакароу. 2.

Абжъагара. Уахөөаңш ахасабтө 1. 5. 1) 60° ; 2) 120° . 7. Иалшазом. 9. 30° . 10. 60° и, 120° и, 11. 70 см, 10 см. 12. Ирылшазом. 13. 1) Ирылшазом; 2) ирылшазом. 14. 2)

Абжъагара. Аёагыларала ашьоқөйргөғөара шөхы иашөйрхөа. 15. 2) *Абжъагара.*

Аёагыларала ашьақөйргөғөара шөхы иашөйрхөа. 3) *Абжъагара.* Зны ишьақөшөйргөғөа, ацөөахөагьежькөа рзеиңш көаң рыгөтөкөа иалсо ацөөахөаиаша ишықөу. 16. 2) *Абжъагара.* Аёагыларала ашьақөйргөғөара шөхы иашөйрхөа. 18.

Абжъагара. Ишөйцшөйрхөаа ахасабтө 16, 1. ишьақөнаргөғөаз. 27.

Абжъагара. Иганейкароу ахкөөкьта аргыларала шөөлага. 31. *Абжъагара.*

Иңшаатөу ахкөөкьтө аагөтылс акара ацышөтца. 36. *Абжъагара.* Шөөахөаңш ахасабтө 35. 37. *Абжъагара.* Шөөахөаңш ахасабтө 35. 38. *Абжъагара.* Шөөахөаңш ахасабтө 35. 39. *Абжъагара.* Ахаракыра аргыларала шөөлага. 41. *Абжъагара.* Шөөахөаңш ахасабтө 50 §4. 42. *Абжъагара.* Шөөахөаңш ахасабтө 41. 48.

Абжъагара. Зны ишөйргыл ахкөөкьта зганкөа акы хзышьтоу ахкөөкьта аган иакароухөа иңхьазаны, егы аган егырт аганкөа өба реицца иакароу, ирыбжьоу акөөкь ихамоу акөөкь иакараны. 49. *Абжъагара.* Шөхы иашөархөа пхьантөи ахасабра амөақөцара, иргылатөу ахкөөкьта аганкөа реицца ацынхөрас реигырха

кацаны. 50. Шөөахөаңш ахасабтө 48 *Абжъагара.* 52. *Абжъагара.* Ахасабра ииажөга пхьантөи ахасабшьа ахь, ацөөахөагьежь цхыраагзас аргыларала, уи акны ацөөахөагьежькөа руаки иареи азеиңшгөтө рыманы, ахас измоу икоу ацөөахөагьежькөа рахақөа реицца ма реигыха иакароу ала.

Имариазоу агеометриатә цшынарақак ыхьзқәа

Акәап - точка
Ацәахәаиаша - прямая линия
Ацәахәашәпа – толстая линия
Ацәахәапа – тонкая линия
Архәа – дуга
Ацәахәархәа (архәа) – дуговая линия
Ацәахәа ццәа - ломанная линия
Ацәахәапццәа - ломанная во многих местая линия
Акәакәаста – пунктир
Ацәахәа кәакәаста – пунктирная линия
Ацәагәа – штрих
Ацәагәа кәакәаста – штрихпунктирная линия
Агәцәытә цәахәа – осевая линия
Ахцәаха – отрезок.
Ацәахәаиашабжа, ашәахәац – полупрямая, луч
Акәакь (акәакькьапс) - угол
Акәакиаша - прямой угол
Акәакьцагәа - тупой угол
Акәакьейцых – развёрнутый угол
Акәакьта – двугранный угол
Аихагәцәқәа – перпендикулярные
Ацәахәагьежь – окружность
Ахкәакьта – треугольник
Ахкәакәта аҳаракыра - высота треугольника
Ахкәакьта агәтылс – медиана треугольника
Ахкәакьта акәакьейошага – биссектриса треугольника
Ацәахәагьежь – окружность
Ацәахәагьежь агәта - центр окружности
Ацәахәагьежь аҳа – радиус окружности
Ацәахәагьежь агәтаза – диаметр окружности
Ацәахәагьежь архәа - дуга окружности
Афәпцәа – хорда
Ацәахәагьежь адкьысла – касательная к окружности
Ацәахәагьежь итакәыршоу ахкәакьта – окружность, вписанная в треугольник
Ацәахәагьежь иафькәыршоу ахкәакьта – окружность, описанная около треугольника
Ацәахәагьежькәа адәахала реидкьыслара – внешнее касание окружностей
Ацәахәагьежькәа оныцқала реидкьыслара – внутреннее касание окружностей
Еихцәо ацәахәаиашақәа – пересекающиеся прямые
Еихысуа ацәахәаиашақәа – скрещивающиеся прямые
Еицтәару ацәахәаиашақәа – параллельные прямые
Зывара еикароу ахкәакьта – равнобедренный (равнобокий) треугольник
Акәакьцары ахкәакьта – остроугольный треугольник

Акәакыиаша ахкәакыта – прямоугольный треугольник
Акәакыдагәа ахкәакыта – тупоугольный треугольник
Аганеикара (зганкәа еикарау) ахкәакыта – рвносторонный треугольник

Ацсуа – аурыс агеометриатә жәар

Агәылкаа – выведённое; агәылкаара – выведение; игәылшәкаа – выведите; игәылшәкаа ашьақәцага (ахасабқәцәга) – выведите формулу
Аибаркыра – сооружение, система; ацқацәақәа реибаркыра – система аксиом
Аидца (еидцоу) – объединённое; аидцара – объединение, сочетание, укрупнение, аидцарта – место соединения
Аикара – равные; аикарара – равенство; аикаратә – уравнение; аикаратәра – равнять, уровнять
Аикәшара – разделение на две части; ацәашәаиаша акыацсра еикәнашоит ө-хтакны – прямая делить (разделяет) плоскость на две части.
Аила – составное; амацәар еилоу – составно тело
Аилкаа – познанное; аилкаара – познание, узнать, разобраться; аилкаашыа – метод, способ познания; аилкааратә – познавательное; аилкаарта – место выяснения чего л., справочное; аилыркаага – справочник
Аилыркаара – объяснение, пояснение, разъяснение, толкование
Аицтәарра – параллельность; аицтәаркәа ирыбжьоу – расстояние между параллельными; аицтәарра аказшыа – свойство параллельных; еицтәару – параллельные; еицтәару акыацсрақәа – параллельные плоскости; еицтәару ацәахәаиашақәа – параллельные прямые
Аицца, аиццалыц – сумма; Аиццара – суммирование; аиццатәкәа – суммируемые; еиццоу – просуммированные
Аицы - меньше; еицуп – меньший ; аицыра – мншенство; аицырала – с меньшей стороны
Акара – столько; иакароу – ровный; еикароу - равные; еикароу акәакықәа – равные углы; еикароу ахцәахақәа – равные отрезки; еикароу ацшынрақәа – равные фигуры
Акаца – плотный; икацоу – плотное; акацара – плотность; амацәар акацара (аилакацара) – плотность тела
Абжьазара – расстояние между чем – л.; вмещаться, ибжьазо – вмещаемое, рассторние; ибжьоу, ирыбжьоу – расстояние
Абжьара (рыбжьра) – между, середина; абжьратә кәац – арединная точка
Авакыыц (азыкы) – ребро.
Авара – бок; аваратә ган – боковая сторона (ребро); Аваратә ган ахаракыра – высота боковой стороны; авареикара – равнобокий, равнобедренный, аваратә зыкы – боковое ребро; аваратә зыкы ахаракыра – высота бокового ребра
Аган – сторона; аган ду – большая сторона, гипотенуза; ганла – по стороне; аганзатә – единственная сторона; ганзатәык – только одна (единственная)

сторона; ганкахъала (зымъарак ала) – по одну сторону; аган хэачы – малая сторона – акатет; иганеикароу – равносторонный; иганеикароу ахкэакъта – равносторонный треугольник

Агеометрия – геоме́рия; агеометиа́ла – геометрическое, по геометрии, агеометриатэ – геометрическая; агеометриатэ цшы́нра – геометрическая фигура; агеометриатэ кэа́ц – геометрическая точка; агеометиа́ла аицшкэа́шъара – геометрически одинаковост свойств; агеометриала аицшкэа́шъаратэ кэа́цкэа – геометрическое место точек; игеометриатэу – геометрическое

Аградус – градус; градусшэарала – градусной мерой

Агъежъ – круг; агъежъ агэ́та – центр круга; агъежъбжа – полукруг

Агэ́та – центр, середина; агэ́татэ кэа́ц – центральная, срединная точка; агэ́тылс – проходящий по середине, медиана; агэ́тылса – срединная вырезка

Агэ́цэы – ось; агэ́цэытэ – осевая; агэ́цэытэ цэа́хэа – осевая линия; агэ́цэы иалсуа – проходящий через ось, проходящий по оси; Агэ́цэы ахагъежъра – вращается вокруг оси; Агэ́цэы ахаргъежъра – вращать вокруг оси; Агэ́цэы иахагъежъуа – вращающийся вокруг оси

Агэ́ыце – ствол; Агэ́ыцэтэ – стволуа

Адгъыл – Земля; адгъылшэара – землемерие; Адгъыл а́ха – радиус Земли

Адкы́сла – касательная; адкы́слакэа реи́хцэа́рста – место пересечения касательных; адкы́лара – касаться, касание; адкы́сларта́тэ кэа́ц – точка касания; адкы́сларта – место касания; иадкы́сло – касающаяся; еидкы́сло – касающиеся; еидкы́слоит – касаются; еидкы́сло а́цэа́хэагъежъкэа – касающиеся окружности; аю́ныцка́ла аидкы́слара – внутреннее касание; адэа́хъала аидкы́слара – внешнее касание

Адны́шэа – отложенное, отмеренное; адны́шэара – отложение; ахцэа́ха а́цэа́хэаиаша адны́шэара – отложит отрезок на прямой

Адэа́хы – на дворе, наружный; адэа́хала – с наружи

А(и)цтэа́р – параллель; аицтэа́ркэа – параллельные: аицтэа́рра – параллельность; а́цэа́хэаиаша́кэа реи́цтэа́рра – параллельность прямых, еицтэа́ру а́кыа́сра́кэа (а́цэа́хэаиаша́кэа); параллельные плоскости (прямые) .

Аи́фа́кра (аицгала́ра) – стыковка, сведение, сопряжение; еи́фа́ку (еицгалоу) – состыкованные, сопряжённые; еи́фа́ку (еицгалоу) ахцэа́ха́кэа (ада́кы́кэа) – состыкованные (сопряжённые) отрезки (границы)

Акэ́цэа – вершина; ахкэа́кы́та (а́цшы́кэа́кы́та, акэа́кы́тара́цэа, аркца, а́кэа́цэ, акэа́цэ́ркца) акэ́цэа(кэа) – вершина(ы) треугольника (четырёхугольника, многоугольника, призмы, конуса, птрамиды)

Еиду – смежные; еиду акэа́кы́кэа – смежные углы; еиду акэа́кы́кэа хеи́барта́ауеит акэа́кы́еи́цых а́кынза – смежные углы дополняют друг друга до развёрнутого угла

Еи́кэ́шэо, еи́кэ́ыло – совпадающие, сливающие; еи́кэ́шэо а́цэа́хэаиаша́кэа – совпадающие прямые; еи́кэ́шэо а́цшы́нра́кэа – совпадающие фигуры

Еи́кэ́нашо́ит – делит, разделяет: а́цэа́хэаиаша́ а́кыа́сра еи́кэ́нашо́ит (и́цна́шо́ит) а́кыа́сбжа́кны – прямая разделяет (разбивает) плоскость на две части

Еи́кэ́шо – чётные, делящиеся на два, составное; еи́кэ́шо ахц́хъа́зара – делящиеся числа

Еикөымшо – не делящиеся: еикымшо ахпхъазара (ихаҭараку ахпхъазара) – не делящиеся числа (простые числа)

Еипну - (располагающиеся напротив); еипну акәакьқәа - вертикальные (накрестлеэжащие) углы; еипну акәакьқәа еикароуп – вертикальные углы равны
Еишьашәалақәоу – соответствующие друг другу; еишьашәалоу акәакьқәа (акәаққәа, аганқәа, ақәцәақәа) – соответствующие углы (точки, стороны, вершины)

Азацә (амацара) – единственный; азацәра – единственность; изацәу (изацәыку) ахасабра - единственное решение

Азыххәа – условие; ахасабтәы азыххәа (зыххәас иамоу) – условие задачи, аққапшаах азыххәа – условие теоремы

Азыкь – ребро (линия пересечения поверхностных плоскостей геометрических тел), кромка; азыкь аура – длина ребра (кромки); азыкь аҳаракыра – высота ребра (кромки); азыкьқәа реикарара – равенство рёбер (кромок)

Зымәарак – односторонно; зымәаракала – с одной стороны; зымәаракла икоу-находящийся на одной стороне; азымәарактәикәа (изымәарактәикәоу) - односторонные

Иаархәу – перевернутый, вывернутый с изнаночной стороны, на изнанку

Иазаархәу – обратная по отношению к чего - л.; иазаархәу аққапшаах – обратная теорема

Иалсуеит – проходит; ацәахәаиаша акәақ иалсуеит – прямая проходит через точку; ақьақсра ацәахәаиаша иалсуеит (ма иалдоуп) , ацәахәаиаша ақьақсра иқәуп (арт аоба агеометриатә тагылазаашьақәас ирымоу акы ауп, уи ала цакык ауп иаадырпшуа) – плоскость проходить (или приведена) через прямую ; ацәахәаиаша ақьақсра иалсуеит – прямая проходит через плоскость (*ара иазгәтәтәуп ацәахәаиаша ақьақсра иқәзар*, хыхь иахәаз ишақәшәо, *аха ацәахәаиаша ақьақсраф кәақк ада амамзар*) усқан, ақьақсра ацәахәаиаша еихнацәоит, ма « ацәахәаиаша ақьақсра иалсуеит» хәа ауп ишхәатәу

Иарбоу – показанное, указанное, приведённое; Иарбоу азхәақәца (ақәнаца) - указанное условие (заключение, вывод);

Иатәуп (иқәуп) – принадлежит; акәақ ацәахәаиаша (ақьақсра) иатәуп - точка лежит (принадлежит) прямой (плоскости)

Иафькәыршоу – описанный; иафькәыршоу ахкәакьта (ақшькәакта, акәакьтарацәа, ацәахәагьеж, аркцаиашаза, ахаргьеж, ақәацә, ақәацәеихса, акәацәркца, ақәцәркцаеихса, агантәаркца, адакьарацәаркца) – описанный треугольник (четырёхугольник, многоугольник, окружность, куб, цилиндр, пирамида, конус, параллелепипед, многогранник)

Иашоит – делит; акәақ ацәахәаиаша ашоит ѿ-хәтакны – точка делит прямую на две части; ацәахәаиаша ақьақсра ашоит ѿ-хәтакны – прямая делит плоскость на две части.

Ибжьысуеит – проходит, (портится); ацәшәаиаша акәакь аганқәа ирыбжьысуеит – прямая проходит между сторонами угла

Акәакь – угол; акәакь кьақс (акәакь) – плоский угол; акәакьта – двугранный угол; акәакьркца ; телесный (пространственный угол; акәакь ақәцәа – вершина угла; акәакьейцых – развёрнутый угол; акәакьёшага – биссектриса; акәакьиагага –

транспортир; акэакыаша – прямой угол; акэакыцагэа – тупой угол; акэакыта – двугранный угол; акэакытыха - угольник ; акэакыцары – острый угол; акэакышэага – угломер

Акэац – точка; агеометриатэ кэац – геометрическая точка; аихцэарстатэ кэац – тока пересечения; агэтатэ кэац – центральная точка; акэцэатэ кэац – вершинная точка

Акэнаца (ахыркэшага) – заключение, ацкацшаах акэнаца – заключение теоремы

Икэуп (уахэацш иатэуп) – находиться на поверхности, принадлежать

Имариоу – простое; имариоу ацшына (аматэар) – простая фигура (простое тело): имариазоу – простейший, элементарный; имариазоу ацшынакэа – простейшие (элементарные) фигуры

Инымцэадароуп – бесконечное; ацэахэаиаша нымцэадароуп (цыхэаццэара амазам) – прямая бесконечная.

Ицэкэыршоу – вписанная; ицэкэыршоуп – вписанный; антццла ицэкэыршоу – внешне вписанная; ицэкэыршоу ахкэакыта (ацшыкэакта, акэакытарацэа, ацэахэагьеж, аркаиаашаза, ахаргьеж, акэацэ, акэацэеихса, акэацэркца, акэцэркцаеихса, агантэаркца, адакыарацэаркца) – вписанный треугольник (четырёхугольник, многоугольник, окружность, куб, цилиндр, пирамида, конус, параллелепипед, многогранник)

Ицэрыюуеит - вписывают, записывают

Ихатэараку – не составное, простое, не делящийся; ихатэараку ахцхэазар – простое число, не делящееся число, несоставное; не имеющий частей

Ихнацэоит (еихнацэоит) – сечёт, рассекает, пересекает: еихцэо ацэахэаиашакэа – пересекающиеся прямые

Аказшыа, (ачыдара) – свойство; ахкэакыта (аган) агэтлыс аказшыа - свойство медианы треугольника; акэакыёушага аказшыа – свойство биссектрисы

Акыацс – плоский, акыацспра – плоский вод; икыацсу – плоское; акэакыкыапс - плоский угол, икыацсны аихцэарста – плоское сечение

Акыацспра – плоскость; еихызцэо акыацспра – секущая плоскость; аихцэарстатэ кыацспра – плоскость сечения; акыацснахэа (акыацскнахэа) –вертикальная плоскость, ииаалоу акыацспра – горизонтальная плоскость; акыацспракэа реихцэара – пересечение плоскостей, акыацспрабжа – полуплоскость; акыацсшэара - планиметрия

Акыысра – касание, касаться; иакыысуеит – касается; иадкыслоит - прикасается

Алагамта (ахыцхырта) – начало; алагамтатэ кэац – начальная точка; ацэахэа алагамта – начало линии; атыпрбагакэа ралагамта – начало координат

Алагара – начать (спустить, молот); аргыларэ алагара – начать строительство

Амариа – простой, лёгкий, элементарный; имариоу агеометриа – элементарная геометрия

Амаруга – инструмент, орудие труда

Аматэар – предмет, тело

Амиллиметр – миллиметр

Амиллиметратэ шэага – меритель в миллиметрах

Амиллиметратэ шэаганца – миллиметровая шкала

Анцэамта – конец; анцэамтатэ кэац - конечная точка; ахцэаха анцэамтакэа - концы отрезка; ахцэаха анцэамтатэ кэац – конечная точка отрезка

Аңқапцәа – аксиома, аңкпцәақәа реибаркыра – система аксиом

Аңқапшаах – теорема

А цшына – фигура (вид); агеометриатә цшына – геометрическая фигура.

ацәахәаиаша (ацәахәагьежь, ахкәакьта...,) ацшына – вид прямой (окружности, треугольника...,)

Асахьа – рисунок

Аура – длина; ахцәаха аура – длина отрезка

Ахагәцәы – перпендикуляр; хагәцәы илашты – опущенный перпендикуляр, отвес;

еихагәцәу – перпендикулярные; еихагәцәу ацәахәаиашақәа (хагәцәы еипыло ацәахәаиашақәа) – взаимноперпендикулярные прямые

Хаз-хазы – по отдельности, врознь, раздельно; ихаз-хазу акәапцәа - раз(дель)ные точки

Ахкәакьта – треугольник; ахкәакьта аган (акәакь, ақәцәа, аҳаракыра, агәтлыс, акәакьеушага) - сторона треугольника (угол, вершина, высота, медиана, биссектриса)

Ахцәа – отрезанный; ахцәара – резать, отрезать; ахцәаха - отрезок

Ахьцхырта (уахәапш алагамта) - начало

Ахышәара – размер, ахцәаха (акәакь, ахкәакьта...,) ахышәара – размер отрезка (угла, треугольника...,)

Ахәта – часть; хәта-хәтала – по частям; хәтакала – по одной части

Ахәаақәцара – определение; ихәаақәшәца – сделайте определение

Ацәахәа - линия (любая линия)

Ацәахәаиаша - прямая линия; ацәахәаиашабжа – полупрямая;

ацәахәалдага – линейка; ацәахәагьежь – окружность; ацәахәакьахә – кривая линия;

Цыхәапцәарада, – бесконечность; цыхәапцәара змам - нескончаемый

А цәагәаста – штрих: ацәагәастақәа зну ацәахәалдага – линейка со штрихами

Ачыдаказшьара – признак; ахкәакьтақәа реикара ачыдаказшьара – признаки равенства треугольников

Ағнырцшы – относительное; ағнырцшратә – относительности; атнырцшратә тцаалкаа – теория относительности

Аөыт – кусок

А-шьақәцага - формула; игәылшәкаа ашьақәцага – выведите формулу

А-шьақәцара – формулировать; ишьақәцоу – сформулированное; ишьақәышәца – сформулирует

Ашьақәыргәғәара – доказательство; аңқапшаах ашьақәыргәғәара – доказательство теоремы

Ашьа – основание; ахкәакьта (аицарса, аркца, ақәацә, ақәацәеихса, ақәацәркца, ақәацәркцеихса, ахаргьежь) ашьа – основание треугольника (трапеции, призмы, конуса, усечённого конуса, пирамиды, усеченной пирамиды);

Ишьтрақәцоу – направленный по следу; ашьтрақәцара – направляет по следу, ашьтрақәларә – следовать; ишьтрақәнацоит – направляет, следует; уи излашьтрақәнацо ала – как следует из этого

Ашьта – след; ахагәцәы (ацәахәаиаша) ақәацсрағ ашьта – след перпендикуляра (прямой) на плоскости

Ашьтра – траектория; посылать; еиҗацуа амаҗәар ашьтра – след движущегося тела, траектория тела

Ашәаганца – шкала, амиллиметратә шәаганца – миллиметровая шкала

Ашәахәә – пучёк лучей; ашәахәәц – луч; ашәахәцқәа реихцәарста – пересечение лучей

Ахархәараз иабжыагоу ашәыкәкәа

1. Вейль Г. Симметрия / Пер. с англ. Б. В. Бирюкова и Ю. А. Данилова под ред. Б. А. Розенфельда. — М.: Наука, 1968 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru>
2. Волошинов А. В. Математика и искусство / А. В. Волошинов. — М.: Просвещение, 2000
3. Глейзер Г. И. История математики в школе / Г. И. Глейзер. — М.: Просвещение, 1964 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru>
4. Иванов С. Г., Рыжик В. И. Исследовательские и проектные задания по планиметрии с использованием среды «Живая математика» / С. Г. Иванов, В. И. Рыжик. — М.: Просвещение, 2012
5. История математики. В 3 т. / Под ред. А. П. Юшкевича. — М.: Наука, 1970, 1972 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru>
3. Каган В. Ф. Лобачевский / В. Ф. Каган. — 2-е изд., доп. — М.—Л.: изд-во АН СССР, 1948 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru>
7. Киселёв А. П. Элементарная геометрия / А. П. Киселёв. — М.: Типография Рябушинского, 1914 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru>
8. Левитин К. Е. Геометрическая рhapsодия / К. Е. Левитин. — М.: Знание, 1976 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru> или М.: Камерон, 2004
9. Начала Евклида. Книги I—VI. / Пер. с греч. и ком. Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М. Я. Выгодского и И. Н. Веселовского. — М.—Л.: ГТТИ, 1948 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru>
10. Перельман Я. И. Занимательная геометрия / Я. И. Перельман. — М.—Л.: ГТТИ, 1950 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru>
11. Перельман Я. И. Новый задачник по геометрии. 4-е изд. (Серия «Пособия для трудовой школы») / Я. И. Перельман. — М.—Л.: гос. изд-во, 1925 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru>
12. Петров В. А. Математика 5—11 кл. Прикладные задачи / В. А. Петров. — М.: Дрофа, 2010
13. Шарыгин И. Ф. Задачи по геометрии. Планиметрия. (Вып. 17 серии «Библиотечка квант») / И. Ф. Шарыгин. — М.: Наука, 1982 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcsme.ru>
14. Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика / Глав. ред. М. Д. Аксёнова. — М.: Аванта+, 2003
15. Энциклопедия элементарной математики. В 5 кн. Кн. 4, 5 (геометрия) / Под ред. П. С. Александрова, А. И. Маркушевича, А. Я. Хинчина. — М.: Физматгиз, 1963, Наука, 1966 или на

сайте <http://ili.Mirror1.mcsme.ru> Интернет-ресурсы
www.Etudes.Ru www.Mathnet.Ru www.Ege.Edu.Ru

Цыдала арт ырыццоу ашәкәкәа.

1. Н.Л. Пачулиа. Аматематикатә терминкәа ржәар. Аңхәынтәшәктыжырҭа. Акәа 2013.
2. А.Х. Чамагәуа. Агеометриа. Алагамҭа. Аңсуа бызшәа аҕиара ахәынҭкарратә фонд. АГУ. Акәа. 2006.
3. А. Х. Чамагәуа. Аматематика аңсышәала арцәажәара алагамҭа. Акәа. 201
4. А. Х. Чамагәуа. Аматематика аңсышәал арцәажәара. Акыны ҟны. Акәа 2016.
5. А. Х. Чамагәуа. Аматематика 5 акласс иазку аңхыраагза. Акыпхь ҟны Акәа. 2018.
6. А. Х. Чамагәуа. Аурыс-аңсуа, аңсуа-аурыс афизика-математикатә жәар Акыпхь ҟны. Акәа. 2022

Ахқәа Оглавление

§1 Имариазоу агеометриатә пшынақәа рказшьақәа. (Основные свойства простейших геометрических фигур).

1. Агеометриатә пшынақәа. (Геометрические фигуры).
 2. Акәапи ацәахәаиашеи. (Точа и прямая).
 3. Ахцәаха. (Отрезок).
 4. Ахцәахақәа ршәара. (Измерение отрезков).
 5. Акьацсбжақәа. (Полуплоскости).
 6. Ацәахәаиашабжақәа. (Полупрямые).
 7. Акәакь. (угол).
 8. Ахцәахақәеи, акәакьқәеи рыдшәаларақәа. (Откладывание отрезков и углов).
 9. Ахкәакьта. (Треугольник).
 10. Икоу иакароу ахкәакьта аказаара. (Существование треугольника, равного данному).
 11. Еицтәару ацәахәаиашақәа. (Параллельные прямые).
 12. Ацқацшаахкәеи, ашьақәыргәғәарақәеи. (Теоремы и доказательства).
 13. Ацқаццәақәа. (аксиомы).
- Апышәаратә зцаарақәа. (Контрольные вопросы).
- Ахасабтәқәа.

§2 Еидуи еипнуи акәакьқәа. (смежные и вертикальные углы).

14. Еиду акәакьқәа. (Смежные углы).
 15. Еипну акәакьқәа. (вертикальные углы).
 16. Еихагәцәу ацәахәаиашақәа. (Перпендикулярные прямые).
 17. Аҟагыларала ашьақәыргәғәара. (Доказательство от противного).
 18. Акәакьеушага. (Биссектриса).
 19. Икацатәузеи агеометрия ибзианы ацаразы. (Что надо сделать, чтобы успевать по геометрии).
- Апышәаратә зцаарақәа. (Контрольные вопросы).
- Ахасабтәқәа.

§3 Ахкәакьтақәа реикарара ацыдаказшьарақәа. (Признаки равенства треугольников).

20. Ахкәакьтақәа реикарара актәи ацыдаказшьара, ѿ-ганки урт ирыбжьаку акәакьи рыла. (Первый признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними).
21. Ацқацшаахкәа рышьақәыргәғәараан ацқаццәақәа рхархәара. (Использование аксиом при доказательстве теорем).
22. Ахкәакьтақәа реикарара аубатәи ацыдаказшьара, ганки уи иавоу акәакьқәа юбеи рыла. (Второй признак равенства треугольников по стороне и прилежащим к ней углом).
23. Зыварақәа еикароу ахкәакьта. (Равнобедренный треугольник).
24. Иаархәу ацқацшаах. (Обратная теорема).
25. Ахкәакьта ахаракыра, акәакьеушага, агәтылс. (Высота, биссектриса и медиана треугольника).

26. Аварейкара ахкэакъта агэтылс аказшьа. (Свойство медианы равнобедренного треугольника).

27. Ахкэакътакэа рейкара ахцатэи ачыдаказшьара, х-ганк рейкара ала. (Третий признак равенства треугольников по трём сторонам).

28. Арцага шэкэала шэхала аэазыкацашьа. (Как подготовиться по учебнику самостоятельно).

Апышэаратэ зцааракэа. (Контрольные вопросы).

Ахасабтэкэа.

§ 4 Ахкэакъта акэакъкэа реицта. (Сумма углов треугольника).

29. Ацэахэаиашакэа реицтэарра. (Параллельность прямых).

30. Q- цэахэаиашак цэахэаиашак ала ианеихцэо ишьақэгыло акэакъкэа. (Углы образованные при пересечении двух прямых скучей).

31. Ацэахэаиашакэа реицтэарра ачыдаказшьара. (Признак параллельности прямых).

32. Еицтэару ацэахэакэа цэахэаиашак ала ианеихцэо ишьақэгыло акэакъкэа рказшьа. (Свойство углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей).

33. Ахкэакъта акэакъкэа реицта. (Сумма углов треугольника).

34. Ахкэакъта антэцтэи акэакъкэа. (Внешние углы треугольника).

35. Икэакыашоу ахкэакъта. (Прямоугольный треугольник).

36. Ацэахэаиаша иахагэцэу аказаареи уи азатэреи. (Существование и единственность перпендикуляра к прямой).

37. Агеометрия ашьақэгылара атоурых акынтэ. (Из истории возникновения геометрии).

Апышэаратэ зцааракэа. (Контрольные вопросы).

Ахасабтэкэа.

§ 5 Агеометриатэ ргыларакэа. (Геометрические построения).

38. Ацэахэагэеж. (Окружность).

39. Ахкэакъта иафэкэыршоу ацэахэагэеж. (Окружность, описанная около треугольника).

40. Ацэахэагэеж адкысла. (Касательная к окружности).

41. Ахкэакъта итакэыршоу ацэахэагэеж. (Окружность, вписанная в треугольник).

42. Изакеызеи аргыларатэ хасабра. (Что такое задачи на построение).

43. Ихатэу аганкэа рыла ахкэакъта аргылара. (Построение треугольника с заданными сторонами).

44. Икоу иакароу акэакъ аргылара. (Построение угла, равное данному).

45. Акэакъеушага аргылара. (Построение биссектрисы угла).

46. Ахцэаха еикараны аюшара. (Деление отрезка пополам).

47. Иахагэцэу ацэахэаиаша аргылара. (Построение перпендикулярной прямой).

48. Агеометриала аицшказшьаратэ кэапкэа. (Геометрическое место точек).

49. Агеометриатэ аицшказшьаралатэ знеишьа. (Метод геометрических мест).

50. Апышэаратэ зцааракэа. (Контрольные вопросы).

Ахасабтэкэа.

Ахасабткэа ртаккэеи абжыагаракэеи.

Имариазоу агеометриатөт пшынрақәак рыхьзқәа
Ажәар
Ахархәараз иабжяагоу ашәкәкәа
Ахқәа